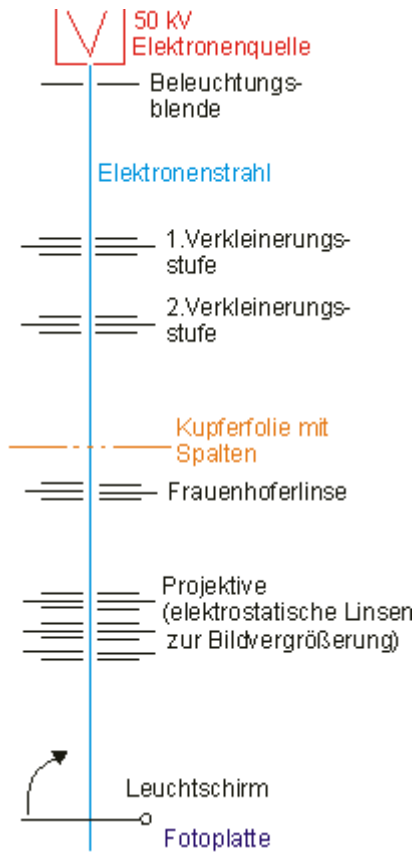


INFO – Doppelspaltversuch mit Elektronen



Claus Jönsson führte 1957 Experimente zur Interferenz von Elektronen am Doppelspalt und an Mehrfachspalten am Institut für Angewandte Physik der Universität Tübingen bei Prof. Gottfried Möllenstedt als Doktorarbeit durch. In der Optik wird als Nachweis der Welleneigenschaft stets der Doppelspaltversuch von Young angeführt. Möllenstedt und sein Schüler Jönsson wollten mit einem adäquaten Experiment zeigen, dass ein Elektron genau wie das Licht nicht nur Teilcheneigenschaften, sondern auch Welleneigenschaften zeigt.

Insofern ist das Doppelspalt-Interferenz-Experiment mit Elektronenstrahlen ein direkter Nachweis für die "Richtigkeit" der Quantenmechanik.

Namhafte Physiker waren der Ansicht, dass sich dieses Experiment wegen der extrem kurzen Wellenlänge von Elektronenstrahlen grundsätzlich nicht realisieren lasse. Sie waren bei diesem Urteil der irrigen Meinung, dass die Spaltdimensionen in der Größenordnung der beim Experiment verwendeten Wellenlänge von $5 \cdot 10^{-12}$ m (kleiner als Atome) liegen müssten, wie es bei lichtoptischen Versuchen normalerweise der Fall ist. Es kommt aber nicht nur auf die Spaltbreite an, sondern auch darauf, diese "kohärent" auszuleuchten und die dann unter Umständen sehr feine Interferenzerscheinung so stark nachzuvergrößern, dass sie registriert werden kann.

Letzteres war Jönsson bekannt, denn kurz vorher wurde die Erzeugung elektronenoptischer Biprisma-Interferenzen, von Möllenstedt und Düker realisiert. Sie konnten dabei zeigen, dass man mit den damaligen elektronenoptischen Mitteln am Ort des Biprismas ein Gebiet von etwa $1/100$ mm Breite kohärent ausleuchten konnte. Jönsson stand damit vor der Aufgabe, so feine Spalte in einer freitragenden Metallfolie herzustellen, dass sie auf diesem Gebiet untergebracht werden konnten. Dies gelang ihm mit Hilfe galvanischer Methoden. Er erreichte Spaltbreiten und Spaltabstände von unter $1/1000$ mm und drang damit in ein Gebiet vor, das man heute mit "Nano-Technologie" bezeichnet.

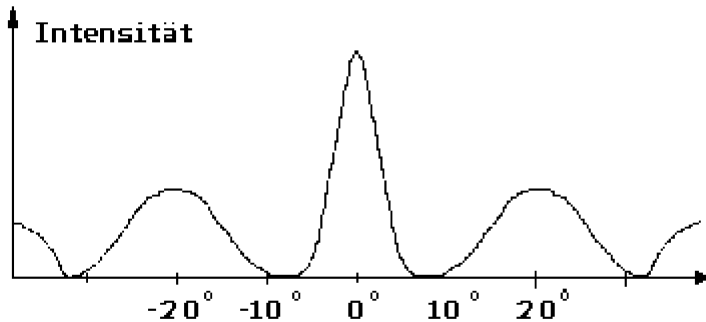


Claus Jönsson (* 26. Mai 1930 in Berlin-Charlottenburg) ist ein deutscher Physiker.

In einer Umfrage des Organs der englischen physikalischen Gesellschaft "Physics World" im Jahre 2002 nach dem schönsten Experiment aller Zeiten kam der Versuch des Physikers Claus Jönsson auf den ersten Platz. Er konnte 1959 im Rahmen seiner Dissertation bei Gottfried Möllenstedt an der Universität Tübingen erstmals die Interferenz von Elektronen am Doppelspalt experimentell nachweisen. Das Experiment ist von zentraler Bedeutung für das Verständnis der Quantenmechanik und gilt zugleich als ein Pionierwerk der Nanotechnologie.

1. Aufgabe: Beschießt man die Oberfläche eines LiF-Einkristalls mit He-Atomen, so werden die He-Atome an den Oberflächenatomen gestreut. Der Abstand zweier Nachbaratome des Einkristalls ist $b = 2,0 \cdot 10^{-10}$ m. Dabei ergibt sich die dargestellte Intensitätsverteilung für die gestreute Strahlung.

- a) Geben Sie eine qualitative Erklärung für das Zustandekommen der Maxima bei $\alpha = \pm 20^\circ$.
 b) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ der auftreffenden He-Atome, die aus einer Quelle mit $T = 400\text{K}$ stammen.
 c) Welche de-Broglie-Wellenlänge ist den He-Atomen mit der in Teilaufgabe b) berechneten Geschwindigkeit zuzuordnen?
 d) Bestätigen Sie durch eine geeignete Rechnung, dass bei $\alpha = 20^\circ$ ein Maximum der Intensitätsverteilung zu erwarten ist.
 e) Warum ist dieses Maximum nicht besonders scharf?



- e) Da die He-Atome keine einheitliche Geschwindigkeit besitzen, sondern eine Geschwindigkeitsverteilung, ergeben sich verschiedenste Winkel für das Interferenzmaximum 1. Ordnung. Als Folge ergibt sich ein breites, "verschmiertes" Maximum 1. Ordnung der Gesamtstrahlung.

2. Aufgabe: Doppelspalt - Elektronen

Bei einem Doppelspaltversuch treffen Elektronen mit der Materiewellenlänge $\lambda = 30\text{pm}$ auf einen Doppelspalt mit dem Spaltmittenabstand $b = 6,2\mu\text{m}$

- a) Berechnen Sie für die Wellenlänge λ nichtrelativistisch die Geschwindigkeit v der Elektronen und die erforderliche Beschleunigungsspannung, die die anfangs ruhenden Elektronen durchlaufen müssen, um diese Geschwindigkeit zu erreichen. [zur Kontrolle $v = 2,4 \cdot 10^7 \text{m/s}$]
 b) Der Abstand zwischen Schirm und Doppelspalt beträgt $l = 1,00\text{m}$. Berechnen Sie den Abstand x zwischen dem 0. und 1. Interferenzmaximum.
 Die Impulsunschärfe Δp_x senkrecht zur Flugrichtung lässt sich mithilfe der Unschärferelation $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$ abschätzen. Legen Sie als Ortsunschärfe Δx den Spaltmittenabstand b zugrunde.
 c) Berechnen Sie die Impulsunschärfe Δp_x und die zugehörige Geschwindigkeitskomponente Δv_x senkrecht zur Flugrichtung. [zur Kontrolle: $\Delta v_x \approx 1,2 \cdot 10^2 \text{m/s}$]
 d) Um die Konsequenzen der Unschärferelation für den Fall des Doppelspalts zu veranschaulichen, soll nun ein klassisches Teilchen betrachtet werden, das am Doppelspalt die in Teilaufgabe 2c berechnete Geschwindigkeitskomponente Δv_x besitzt. Berechnen Sie den Abstand zwischen dem Auftreffort eines solchen Teilchens und dem Auftreffort eines Teilchens ohne eine solche Geschwindigkeitskomponente auf dem Schirm und vergleichen Sie mit den Abmessungen des Interferenzmusters.
 e) Der Interferenzversuch wird mit so wenigen Elektronen durchgeführt, dass die Auftreffpunkte der einzelnen Teilchen auf dem Schirm nachweisbar sind. Dabei wird der Doppelspalt dem Elektronenstrahl so kurz ausgesetzt, dass praktisch alle verwendeten Elektronen gleichzeitig durch den Doppelspalt treten. Beschreiben Sie anhand einer Skizze das zu erwartende Schirmbild.
 f) Nun wird der Versuch so durchgeführt, dass zwar die gleiche Elektronenzahl wie in Teilaufgabe 2e auf dem Schirm auftritt, allerdings über einen so deutlich längeren Zeitraum verteilt, dass sich im Bereich des Doppelspaltes stets nur ein Elektron befindet. Beschreiben Sie Unterschiede und Gemeinsamkeiten bei der Entstehung des zu erwartenden Schirmbilds im Vergleich zu Teilaufgabe 2e. Erläutern Sie, ob und ggf. wie sich die Schirmbilder nach Abschluss der beiden Versuche unterscheiden. Welchen Einfluss hat die Wechselwirkung der Elektronen untereinander auf das Schirmbild?
 g) Man kann ein ähnliches Schirmbild wie in Teilaufgabe 2e auch mit Licht erzeugen. Welche Bedingungen muss das dabei verwendete Licht erfüllen?

3. Aufgabe: Teilchenstahlinterferenz an Wolfram

In einer evakuierten Röhre trifft ein fein gebündelter Strahl von Elektronen der kinetischen Energie 150 keV senkrecht auf eine dünne Schicht aus polykristallinem Wolfram. Auf einem im Abstand 20,0 cm dahinter stehenden Schirm beobachtet man einen zentralen Leuchtpunkt und als Beugungsfiguren mehrere Kreise. Der Durchmesser des innersten Kreises beträgt 5,3 mm.

- Berechnen Sie relativistisch die den Elektronen zugeordnete de-Broglie-Wellenlänge λ .
- Berechnen Sie den Netzebenenabstand, der aus den gegebenen Daten resultiert.
- Auf dem Leuchtschirm entstehen auch Kreise, die sich nicht als Beugungsfiguren höherer Ordnung deuten lassen. Erklären Sie deren Zustandekommen.

4. Aufgabe: Doppelspaltversuch mit Elektronen

In einer evakuierten Röhre werden Elektronen mit Hilfe einer Spannung beschleunigt. Sie treffen auf einen Doppelspalt mit einem sehr kleinen Spaltabstand (z.B. $1,50\mu\text{m}$). In größerem Abstand (z.B. 20,0cm) hinter dem Doppelspalt befindet sich eine ebene Platte, auf der sich Elektronen nachweisen lassen.

- Beschreiben Sie, welche Beobachtung zu erwarten wäre, wenn Elektronen als klassische Teilchen betrachtet würden.

Skizzieren Sie das nach diesem Modell zu erwartende Versuchsergebnis.

- Welches Ergebnis erhält man tatsächlich bei diesem Experiment?

5. Aufgabe: Doppelspaltversuch von Jönsson

Elektronen der kinetischen Energie 600 eV treffen orthogonal auf einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand 200 nm. Im Abstand 20,0 cm hinter dem Doppelspalt befindet sich eine fotografische Platte (siehe Abb. 1). Die ganze Anordnung befindet sich im Vakuum.

Die praktische Durchführung dieses Versuchs zum Nachweis von Elektronen-Interferenzen am Doppelspalt gelang erstmals 1961 C. Jönsson in Tübingen. Das nebenstehende Bild (siehe Abb. 2) zeigt einen stark nachvergrößerten Ausschnitt der Platte von Jönsson als Positiv, d.h. diejenigen Stellen, an denen Elektronen auftreffen, erscheinen hell.

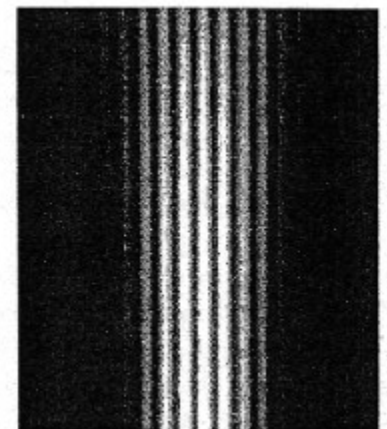
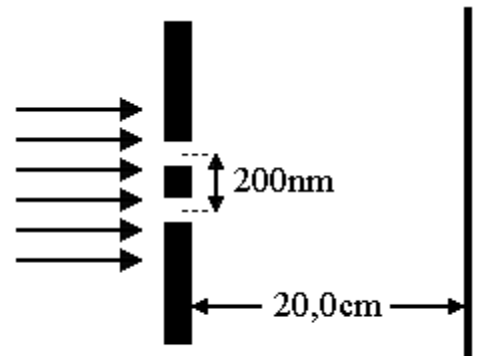


Abb. 2

- Erklären Sie die Struktur des Bildes. Warum ist diese Struktur mit der klassischen Elektronenvorstellung nicht vereinbar?

- Berechnen Sie den Mittenabstand zweier benachbarter gleichartiger Streifen auf der Platte.

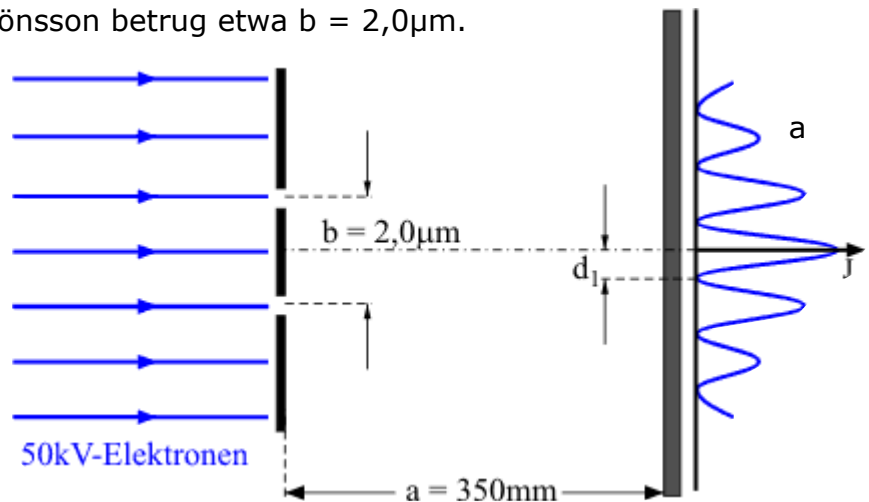
- Warum war es für das Gelingen des Versuchs wichtig, dass die Elektronen möglichst einheitliche Energie besaßen und der Spaltmittenabstand extrem klein war?

6. Aufgabe: Doppelspaltversuch von Jönsson

a) Die beim Versuch von Jönsson verwendeten Elektronen werden durch eine Spannung von 50kV beschleunigt. Berechnen Sie relativistisch die de-Broglie-Wellenlänge dieser Elektronen

b) Der Spaltabstand beim Versuch von Jönsson betrug etwa $b = 2,0\mu\text{m}$.

Gehen Sie davon aus, dass die Beobachtungsebenen vom Doppelspalt $= 350\text{mm}$ entfernt ist. Bestimmen Sie aus diesen Daten den Abstand d_1 des 1. Maximums vom Maximum nullter Ordnung in der Beobachtungsebene und begründen Sie, dass die in der obigen Skizze angedeutete Bildvergrößerung notwendig ist.



7.Aufgabe: Experimente mit bewegten Elektronen

In Anlehnung an den Doppelspaltversuch nach Jönsson soll der Wellencharakter bewegter Elektronen experimentell nachgewiesen werden. Es steht ein Doppelspalt zur Verfügung, dessen Spaltmitten den Abstand $3,5\mu\text{m}$ haben.

a) Die Interferenzfigur wird in einer Nachweisebene betrachtet, die 40cm vom Doppelspalt entfernt ist. Durch optische Vergrößerung sind die Interferenzstreifen noch gut erkennbar, wenn das Maximum 2. Ordnung in der Nachweisebene den Abstand $6,5\mu\text{m}$ vom zentralen Maximum hat. Welche de-Broglie-Wellenlänge haben in diesem Fall die Elektronen des verwendeten Elektronenstrahls? [zur Kontrolle: $\lambda = 28\text{pm}$] (7 BE)

b) Berechnen Sie die Spannung, mit der die Elektronen demnach beschleunigt werden müssen (nichtrelativistische Rechnung) [zur Kontrolle: $U = 1,9\text{kV}$]

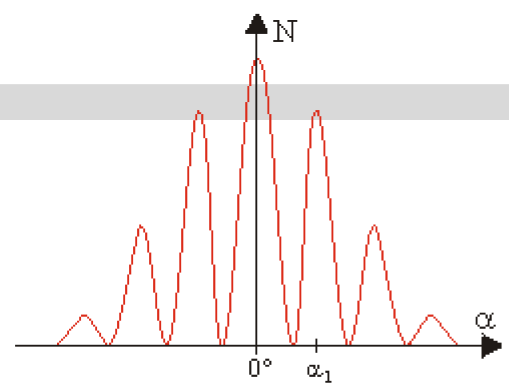
In der Bildröhre eines Fernsehgerätes werden Elektronen mit ca. 25kV beschleunigt.

c) Der Elektronenstrahl wird durch Lochblenden gebündelt, deren Durchmesser in der Größenordnung 1mm liegen. Erklären Sie, warum dabei keine störenden Beugungserscheinungen auftreten. (Argumentieren Sie ohne Rechnung.)

d) Beim Abbremsen der Elektronen am Bildschirm entsteht Röntgenstrahlung. Warum kann man - im Hinblick auf die jeweils auftretenden Energieumwandlungen - die Erzeugung der Röntgenbremsstrahlung grob vereinfacht als "Umkehrung des Photoeffektes" auffassen?

e) Warum kann man mit einem Strichgitter, wie man es zur spektralen Zerlegung sichtbaren Lichts verwendet, kein Röntgenspektrum erzeugen? Wie lässt sich die Wellennatur von Röntgenstrahlung nachweisen?

7.Aufgabe: Doppelspaltversuch mit Elektronen



Ein Strahl nichtrelativistischer Elektronen (Masse m_e) mit einheitlicher kinetischer Energie E_k trifft senkrecht auf einen Doppelspalt von $1,0\mu\text{m}$ Spaltmittenabstand.

Hinter dem Doppelspalt wird die Anzahl N der pro Sekunde ankommenden Elektronen in Abhängigkeit des Ablenkwinkels α gemessen (s. Abb.)

a) Erklären Sie das Zustandekommen des Kurvenverlaufs $N(\alpha)$.

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}} \text{ her.}$$

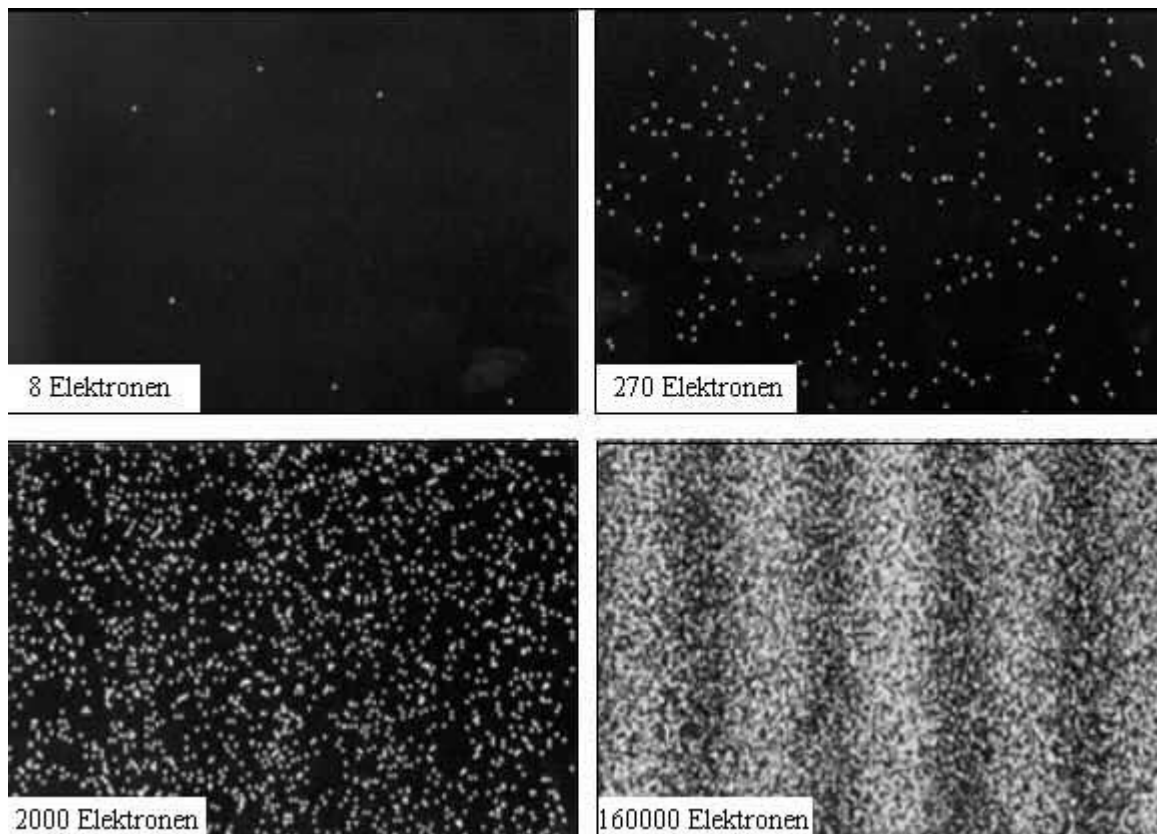
b) Leiten Sie für die de-Broglie-Wellenlänge λ der Elektronen die Beziehung

c) Die Elektronen erhalten ihre kinetische Energie beim Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung von 100V . Berechnen Sie den Winkel α_1 (siehe Abbildung).

d) Welche Bedeutung hat in diesem Versuch die Voraussetzung einheitlicher kinetischer Energie der Elektronen?

8.Aufgabe: Quantenobjekt Elektron

Im Jahr 1989 wurde ein Doppelspalt-Experiment mit einzelnen Elektronen durchgeführt, d.h. es befand sich jeweils nur ein Elektron in der Versuchsanordnung. Dabei ergeben sich die Bilder in nebenstehender Abbildung. Erläutern Sie, warum dieses Experiment zeigt, dass Elektronen Quantenobjekte sind.



9. Aufgabe: Versuch von Jönsson

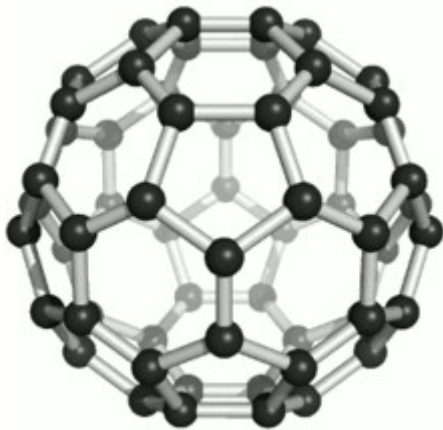
b) Im Jahr 1960 gelang es Jönsson zu zeigen, dass sich ein intensiver Elektronenstrahl an einem geeigneten Doppelspalt analog zu einem Lichtstrahl verhält. Die Elektronen hatten eine kinetische Energie von 50keV .

c) Erläutern Sie kurz, warum die Versuchsergebnisse der Teilchenvorstellung widersprechen.

d) Berechnen Sie relativistisch die Geschwindigkeit v und die de-Broglie-Wellenlänge λ der verwendeten Elektronen. [zur Kontrolle: $\lambda = 5,4 \text{ pm}$]

e) Beim Jönsson-Versuch war es extrem schwierig, einen geeigneten Doppelspalt zu realisieren. Berechnen Sie den Spaltabstand, wenn das nullte Maximum und das erste Minimum einen Winkel von $0,30''$ (Winkelsekunden) einschließen.

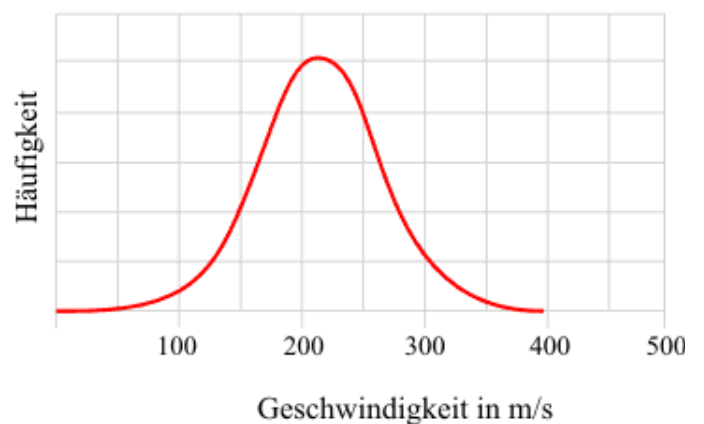
10. Aufgabe: Materiewellen bei Fullerenen



Fullerene sind Moleküle, die in ihrer Struktur einem Fußball gleichen und aus jeweils 60 Kohlenstoffatomen bestehen. Durch das Erhitzen einer Fullerenprobe wird ein Fullerenstrahl erzeugt, der Moleküle unterschiedlicher

Geschwindigkeiten enthält (vgl. Abb. 1 mit idealisierter Messkurve)

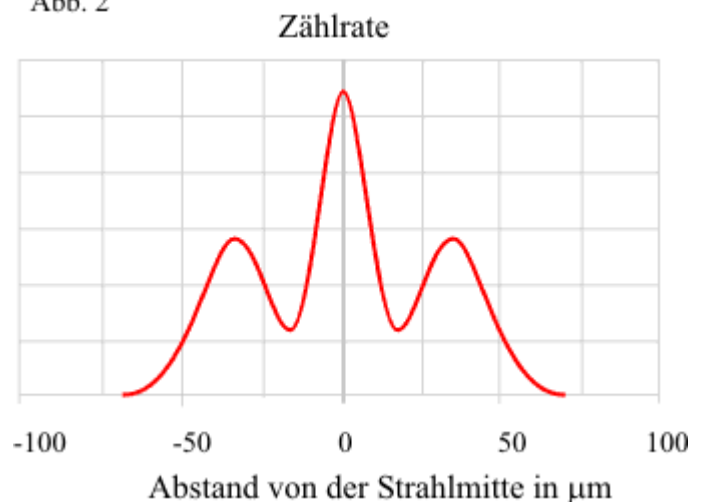
Abb. 1



a) Berechnen Sie näherungsweise die de-Broglie-Wellenlänge eines Fulleren, welches die Geschwindigkeit besitzt, die am häufigsten auftritt. (Nehmen Sie an, dass es sich ausschließlich um ^{12}C -Atome handelt.) [zur Kontrolle: $\lambda \approx 2,6 \text{ pm}$]

Ein gebündelter Strahl aus Fullerenen trifft auf ein Gitter mit dem Spaltmittenabstand $b = 100 \text{ nm}$. In einer Entfernung von $a = 1,25 \text{ m}$ hinter dem Gitter befindet sich ein Detektor, der die auftreffenden Moleküle registriert. Dabei ergibt sich näherungsweise der nebenstehende Kurvenverlauf für die Zählrate in Abhängigkeit vom Ort (siehe Abb. 2).

Abb. 2

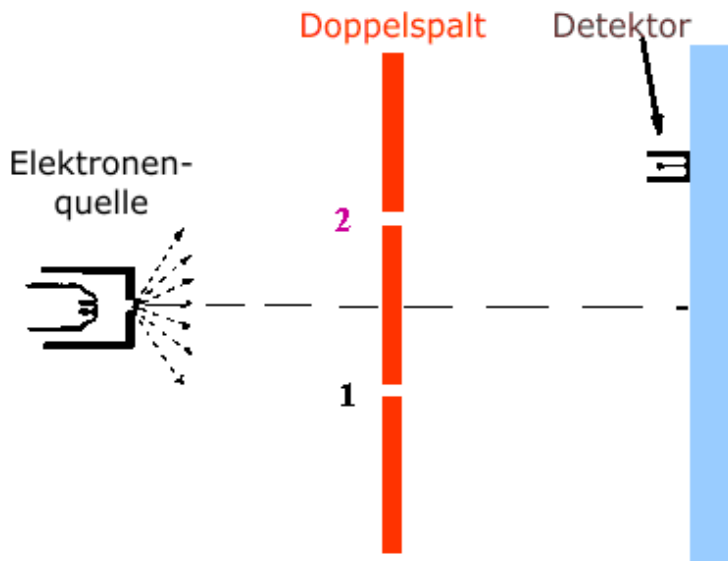


b) Erläutern Sie die Graphik. Berechnen Sie mit ihrer Hilfe die Wellenlänge der Materiewelle und zeigen Sie, dass deren Größenordnung mit der Theorie von de Broglie übereinstimmt.

c) Geben Sie aufgrund der experimentellen Gegebenheiten eine Begründung dafür an, dass die registrierte Zählrate bei den Minima nicht Null beträgt.

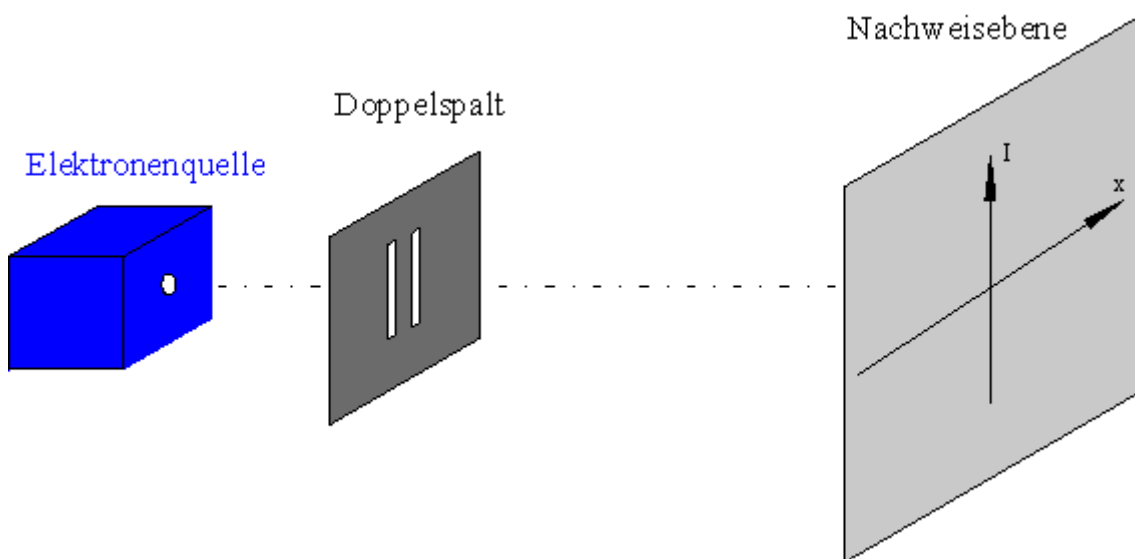
11. Aufgabe: Elektronen - Doppelspalt

Auf einen Doppelspalt bei dem der Abstand der Spalte extrem klein ist, werden Elektronen in einem solchen zeitlichen Abstand geschossen, dass sich jeweils nur ein Elektron in der Anordnung befindet. In der Schirmebene werden die Elektronen durch einen Detektor als "Punkt ereignis" nachgewiesen. Skizzieren Sie die Intensitätsverteilung der Elektronen für die folgenden Versuchsdurchführungen:



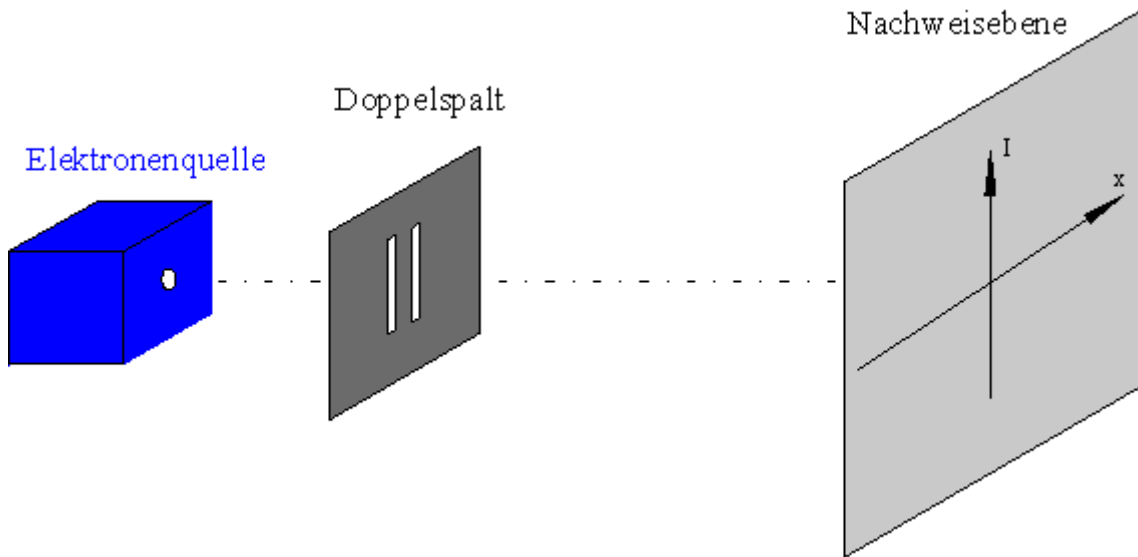
- a) Der obere Spalt 2 ist zunächst verschlossen. Die Hälfte der zur Verfügung stehenden Elektronen gelangt durch den unteren Spalt 1 auf die Detektorebene. Im zweiten Versuchsteil wird der untere Spalt 1 verschlossen und die andere Hälfte der Elektronen gelangt durch den oberen Spalt 2 zur Schirmebene.
- b) Das erste Elektron gelangt durch den oberen Spalt 2 (der untere Spalt 1 ist dabei verschlossen). Das zweite Elektron gelangt durch den unteren Spalt 1, wobei der obere Spalt verschlossen ist. Das dritte Elektron gelangt wieder durch den oberen Spalt, bei verschlossenem unteren Spalt usw.
- c) Beide Spalte sind geöffnet und werden von Elektronen getroffen.

12. Aufgabe: Elektronen - Doppelspalt



- a) Ein Doppelspaltversuch für Elektronen wird mit jeweils nur einem Elektron hundertfünfzigmal hintereinander ausgeführt. Was kann man jeweils über die Lage des Auftreffortes des "Einzelelektrons" in der Nachweisebene aussagen?
- b) Nun werden hundertfünfzig Elektronen gleichzeitig durch die Doppelspaltanordnung geschickt. Charakterisieren Sie das entstehende Schirmbild qualitativ eventuell unter Verwendung einer Skizze.
- c) Die Ergebnisse der 150 Einzelerperimente von Teilaufgabe a) werden in einem Schirmbild zusammengefasst. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis von Teilaufgabe b).

13.Aufgabe: Elektronen - Doppelspalt



In der vereinfacht dargestellten Doppelspaltanordnung für Elektronen wird ein relativ intensives Elektronenbündel auf den Doppelspalt geschickt.

- Berechnen Sie die de-Broglie-Wellenlänge für Elektronen, welche die Beschleunigungsspannung von 1,9 kV durchlaufen haben.
- Die Doppelspaltmitten haben einen Abstand von $b = 3,5 \mu\text{m}$, die Nachweisebene, in der die Interferenzfigur durch eine Vergrößerungsanordnung betrachtet werden kann, hat vom Doppelspalt den Abstand $a = 80 \text{ cm}$. Berechnen Sie den Abstand des Maximums erster Ordnung vom Maximum nullter Ordnung in der Nachweisebene.
- Skizzieren Sie qualitativ den Intensitätsverlauf der Elektronenstrahlung am Schirm (x-I-Diagramm).