

Aufgaben zu den Themen: Radioaktivität in der Medizin, Kernspaltung

LK Physik Sporenberg Q2/1 – ausgegeben am 09.12.2013

1. Aufgabe: Freie Neutronen

Um Neutronen abzubremsen, wird in Kernreaktoren oft Wasser als Moderator verwendet.

a) Warum ist Wasser zum Abbremsen von schnellen Neutronen gut geeignet?

Bei bestimmten Kernreaktoren (z. B. vom Tschernobyltyp) wird Graphit als Moderator eingesetzt.

b) Bei einem zentralen elastischen Stoß mit einem ^{12}C -Kern verliert ein Neutron etwa 29 % seiner kinetischen Energie (Nachweis nicht verlangt). Wie viele solcher Stöße sind mindestens nötig, um ein Neutron von 1 MeV auf unter 1 eV kinetischer Energie abzubremsen?

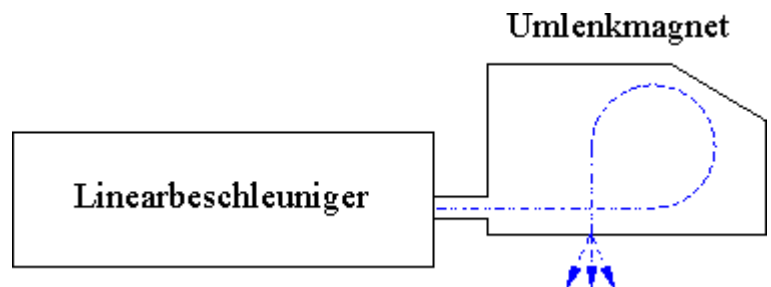
Zum Nachweis thermischer Neutronen kann ein Zählrohr dienen, das eine borhaltige Gasfüllung enthält. Der Einfang eines langsamen Neutrons durch ^{10}B führt zu einer Kernreaktion, bei der ein energiereiches α -Teilchen entsteht.

c) Geben Sie die betreffende Reaktionsgleichung an und begründen Sie, warum ein Zählrohr mit Bor-Gasfüllung gut zum Nachweis thermischer Neutronen geeignet ist.

2. Aufgabe: Strahlentherapie

In der Strahlentherapie von Tumoren werden moderne Linearbeschleuniger zur Erzeugung hochenergetischer Strahlung eingesetzt.

Elektronen werden dabei auf die kinetische Energie von 10,0 MeV beschleunigt und mit Hilfe eines Umlenkmagneten zur Bestrahlung auf den Tumor gelenkt.



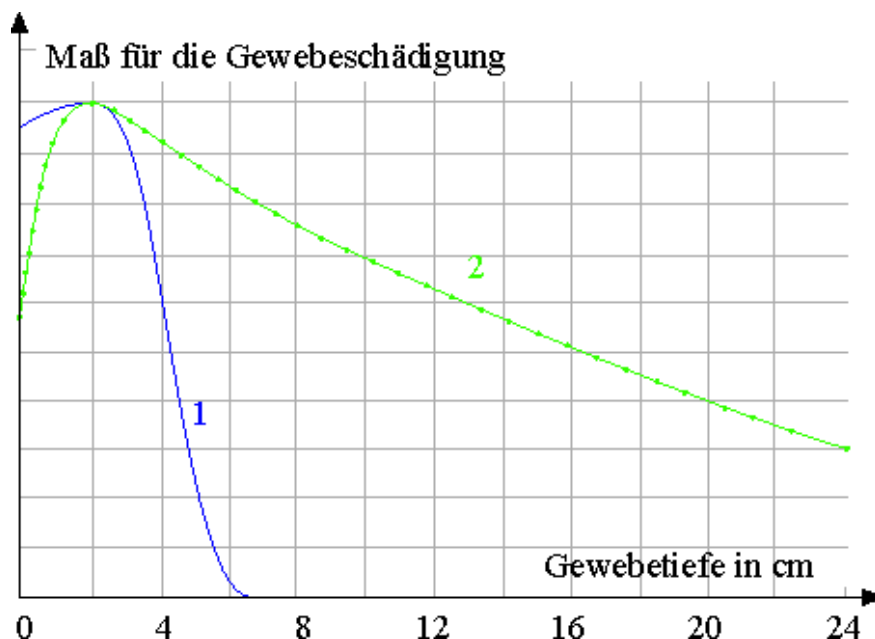
a) Bestimmen Sie die prozentuale Abweichung der Geschwindigkeit der Elektronen von der Lichtgeschwindigkeit. [zur Kontrolle: 0,118 %]

b) Schätzen Sie die magnetische Flussdichte im Umlenkmagneten ab, wenn seine geometrische Ausdehnung in der Größenordnung von 1 m liegt.

Durch das Einbringen eines metallischen Targets in den Strahlengang bei Austritt der Elektronen aus dem Umlenkmagneten können auch hochenergetische Photonen (ultraharte Röntgenstrahlung) zur Bestrahlung erzeugt werden.

c) Erläutern Sie die Entstehung dieser Photonen und Sie eine untere Grenze Wellenlänge.

Im nebenstehenden ist ein Maß für die Gewebeschädigung in Abhängigkeit von der Gewebetiefe bei Bestrahlung mit hochenergetischen



Entstehung bestimmen für deren

Diagramm

Elektronen

(1) bzw. mit ultraharter Röntgenstrahlung (2) dargestellt. Die Zunahme der Gewebeschädigung bis zu einer bestimmten Tiefe bei Bestrahlung mit ultraharter Röntgenstrahlung ist im Wesentlichen auf das Auftreten von energiereichen Elektronen infolge des Comptoneffekts zurückzuführen.

d) Erläutern Sie kurz die physikalischen Vorgänge beim Comptoneffekt.

e) Berechnen Sie die maximale kinetische Energie, die ein zunächst ruhendes Elektron durch den Comptoneffekt bei einer Photonenenergie von 8,0 MeV erhalten kann.

f) Bei der Strahlentherapie wird immer auch gesundes Gewebe in Mitleidenschaft gezogen. Welche Aussagen über die therapeutische Wirksamkeit und die möglichen Nebenwirkungen der beiden Strahlungsarten lassen sich an Hand des oben stehenden Diagramms treffen?

3. Aufgabe: Positronen-Emissions-Tomographie

Ein diagnostisches Verfahren der Nuklearmedizin ist die sogenannte Positronen-Emissions-Tomographie (PET). Hierfür benötigt man künstlich erzeugte β^+ -Strahler mit nicht zu langer Halbwertszeit, die leicht in geeignete Trägersubstanzen ("Tracer") eingebaut werden können. Diese Eigenschaften besitzt Kohlenstoff-Isootop ^{11}C - dessen Atommasse 11,011433 u beträgt. ^{11}C lässt sich durch Bestrahlung von ruhenden ^{14}N -Atomen mit Protonen der Geschwindigkeit $v_p = 2,8 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ erzeugen. Für die beiden folgenden Teilaufgaben genügt eine nicht-relativistische Rechnung.

a) Stellen Sie die Gleichung dieser Kernreaktion auf und begründen Sie durch eine Energiebetrachtung, dass Protonen der Geschwindigkeit v_p für die Erzeugung von ^{11}C aus ^{14}N geeignet sind.

b) Die Protonen zur Produktion von ^{11}C sollen in einem Zyklotron auf die Geschwindigkeit v_p beschleunigt werden. Die magnetische Flussdichte im Zyklotron beträgt 1,0 T. Berechnen Sie die Umlauffrequenz der Protonen im Zyklotron und den maximalen Bahnradius.

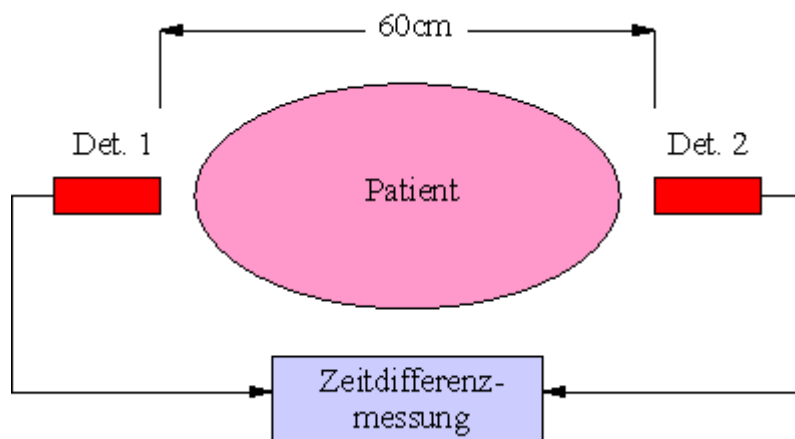
Das erzeugte ^{11}C wird chemisch aufbereitet und dem zu untersuchenden Patienten verabreicht. Bei den meisten Zerfällen von ^{11}C entstehen Positronen, die innerhalb einer Strecke von wenigen Millimetern vollständig abgebremst werden.

c) Geben Sie die Zerfallsgleichung für den β^+ -Zerfall von ^{11}C an und zeigen Sie, dass dieser Zerfall energetisch möglich ist.

d) Das abgebremste Positron reagiert mit einem Elektron aus der Umgebung, wobei die Teilchen in zwei Photonen zerstrahlen. Berechnen Sie deren Wellenlänge und begründen Sie, warum der Zerfall in ein einziges Photon ausgeschlossen ist.

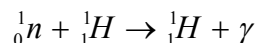
e) In der nebenstehenden Anordnung treffen die beiden Photonen aus der Vernichtung eines Elektron-Positron-Paares auf zwei geeignete Detektoren im Abstand 60 cm (siehe Skizze). Detektor 1 spricht um 0,80 ns später an als Detektor 2. Bestimmen Sie den Zerfallsort und geben Sie ihn eindeutig an. Begründen Sie kurz ihr Vorgehen.

f) Welche andere Umwandlung eines ^{11}C -Atoms in ^{11}B ist neben dem β^+ -Zerfall noch möglich? Beschreiben Sie diese Umwandlung und geben Sie die zugehörige Reaktionsgleichung an. Welche ionisierende Strahlung tritt dabei auf?



4. Aufgabe: Kernreaktionen mit Neutronen

Die Neutronenmasse lässt sich mit großer Präzision aus der Beobachtung des Einfangs thermischer Neutronen durch Wasserstoff bestimmen. Die Reaktionsgleichung lautet:



Die kinetischen Energien und Impulse der Ausgangsteilchen sind zu vernachlässigen. Die Energie des emittierten Photons wird zu 2,2231 MeV gemessen.

- a) Begründen Sie, weshalb der Einfang langsamer Neutronen durch Atomkerne stets von der Emission energiereicher Gammastrahlung begleitet wird.
- b) Bestimmen Sie mithilfe des Impulserhaltungssatzes die Rückstossenergie E_R des Deuteriumatoms (nichtrelativistischer Ansatz). [zur Kontrolle: $E_R = 1,3$ keV]
- c) Berechnen Sie nun die Neutronenmasse, die sich aus der Beobachtung der oben angegebenen Einfangreaktion ergibt.

5. Aufgabe: Alter des Ötzi

1991 wurde im Gletschereis der Ötztaler Alpen eine mumifizierte Leiche gefunden, für die die Presse den Namen "Ötzi" prägte. Zur Altersbestimmung wurden Gewebeproben nach der ^{14}C -Methode untersucht.

- a) Das Isotop ^{14}C entsteht aus einem Stickstoffatom ^{14}N der Luft durch Beschuss mit Neutronen. Geben Sie die Gleichung der Kernreaktion an. Untersuchen Sie, ob eine exotherme Reaktion vorliegt. (Atommasse $m_a(^{14}\text{C}) = 14,0032420$ u)
- b) ^{14}C ist ein β^- -Strahler. Geben Sie dafür eine Begründung an und schreiben Sie die Zerfallsgleichung auf.
- c) Erklären Sie kurz die ^{14}C -Methode zur Altersbestimmung.



mit

"DER MANN IM EIS"
HOMO TYROLENSIS

%

Die Aktivität einer Probe des "Ötzi" betrug 58 % der Aktivität einer Probe, die heute einem lebenden Organismus entnommen wurde und die gleiche Menge ^{12}C enthält. Die Halbwertszeit von ^{14}C beträgt 5730 Jahre.

- d) Berechnen Sie, vor wie vielen Jahren "Ötzi" gestorben ist.
- e) Zusätzliche wissenschaftliche Untersuchungen ergeben ein wahrscheinlicheres Alter von etwa 5300 Jahren. Mit welcher Annahme lässt sich erklären, dass die Berechnung in Teilaufgabe 3d ein geringeres Alter liefert?

6. Aufgabe: Kernspaltung von Uran

Bestrahlung von Uran mit Neutronen

Um neue radioaktive Substanzen zu erzeugen, bestrahlten Forscher in mehreren Laboratorien Europas ab Mitte der Dreißiger Jahre Uran mit Neutronen. In Berlin verwendeten Otto Hahn und Fritz Straßmann dabei als Neutronenquelle ein sieben Zentimeter langes und knapp einen Zentimeter dickes Röhrchen, das mit einem Gemisch aus Beryllium-Pulver und 1,0 g pulverförmigem ^{226}Ra gefüllt war.

- a) Stellen Sie die Gleichung des Zerfalls von ^{226}Ra auf und berechnen Sie die Aktivität von 1,0g ^{226}Ra .

Ein Teil der vom ^{226}Ra mit der kinetischen Energie von 4,8 MeV abgegebenen α -Teilchen reagiert mit den Beryllium-Atomen unter Aussendung von Neutronen.

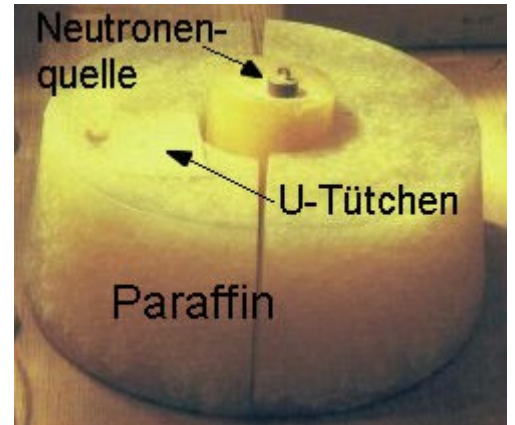
b) Stellen Sie die Gleichung dieser Kernreaktion auf, zeigen Sie, dass die Kernreaktion exotherm verläuft, und schätzen Sie ab, welche kinetische Energie ein ausgesandtes Neutron höchstens haben kann. Nehmen Sie dabei vereinfachend an, dass das Neutron die gesamte nach der Reaktion zur Verfügung stehende Energie aufnimmt.

c) Begründen Sie, dass längst nicht jedes vom Radium emittierte α -Teilchen im Beryllium-Pulver zur Freisetzung eines Neutrons führt.

d) Auf welchen Wert muss die mittlere kinetische Energie der Neutronen vermindert werden, damit man von thermischen Neutronen reden kann? Beziehen Sie sich bei der Rechnung auf Raumtemperatur.

Hahn und Straßmann ummantelten ihre Neutronenquelle mit einem zylindrischen Paraffinblock.

(Das Foto des Deutschen Museums zeigt diesen Paraffinblock auf Otto Hahns Arbeitstisch)



e) Wie wirkt der Paraffinblock auf die Neutronen? Erklären Sie, weshalb das wasserstoffhaltige Paraffin dafür besonders geeignet ist. Geben Sie eine weitere Substanz an, die man stattdessen hätte verwenden können.

An die Außenseite des Paraffinblocks wurde ein Papiertütchen mit 15 g Uran gestellt, das 30 min lang dem Bombardement der Neutronen ausgesetzt wurde. Um die dabei entstandenen radioaktiven Substanzen zu identifizieren, wurde die Uranprobe nach der Bestrahlung mit Hilfe eines Geiger-Müller-Zählers in Abhängigkeit von der Zeit untersucht.

f) Hahn und Straßmann führten die Zählrohrmessungen an der vorher mit Neutronen bestrahlten Uranprobe in einem 15 Meter vom Bestrahlungsraum entfernten Zimmer durch. Warum ist das sinnvoll? Erläutern Sie einen störenden Effekt, der beim Messen im Bestrahlungsraum selbst aufgetreten wäre.

Die Entdeckung der Kernspaltung

Ende 1938 kamen Hahn und Straßmann durch diese Messungen und durch chemische Analysen der Proben zu einem erstaunlichen Ergebnis, das allen Erwartungen widersprach: Sie fanden in der Probe keine Elemente die schwerer als Uran ("Transurane") sind, sondern das mittelschwere Element Barium.

Lise Meitner und Otto Frisch erkannten bald darauf, dass durch den Neutronenbeschuss ^{235}U -Kerne gespalten worden waren. Zum Beispiel können aus einem ^{235}U -Kern nach dem Einfang eines thermischen Neutrons die Nuklide ^{140}Ba (Atommasse 139,91060 u) und ^{93}Kr (Atommasse 92,93118 u) sowie einige freie Neutronen entstehen.

a) Stellen Sie die Reaktionsgleichung für diese Kernspaltung auf und berechnen Sie die frei werdende Energie Q . Welche Masse an ^{235}U muss gespalten werden, um eine Energie von 1,0 kWh freizusetzen, wenn man annimmt, dass alle Spaltreaktionen nach derselben Reaktionsgleichung stattfinden und Folgeprozesse außer Betracht bleiben? [zur Kontrolle: $Q = 172 \text{ MeV}$]

Meitner und Frisch entwickelten das folgende Modell für das Auseinanderbrechen des Urankerns: Von dem Moment an, in dem sich die Spaltprodukte ^{140}Ba und ^{93}Kr gerade nicht mehr berühren, werden sie aufgrund ihrer elektrischen Abstoßung auseinandergetrieben.

b) Berechnen Sie gemäß dieser Modellvorstellung die kinetische Energie, die die beiden Spaltprodukte zusammen erhalten, während sie sich voneinander entfernen. Bestätigen Sie damit, dass der erhaltene Wert in grober Näherung mit dem in Teilaufgabe 2a berechneten Q -Wert übereinstimmt. (Für den Radius r eines Kernes mit der Massenzahl A gilt: $r = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ m} \cdot \sqrt[3]{A}$)

Das Isotopenverhältnis von U-235 und U-238

Heutzutage gefördert Natururan besteht lediglich zu 0,72% aus dem leicht spaltbaren ^{235}U , der Rest praktisch nur aus ^{238}U . Für die Verwendung in modernen Leistungsreaktoren wird deshalb der ^{235}U -Anteil durch Anreicherung auf 3,5% erhöht.

a) Vor wie vielen Jahren hatte Natururan das gleiche Isotopenverhältnis zwischen ^{235}U und ^{238}U wie das heute in Leistungsreaktoren verwendete Uran?

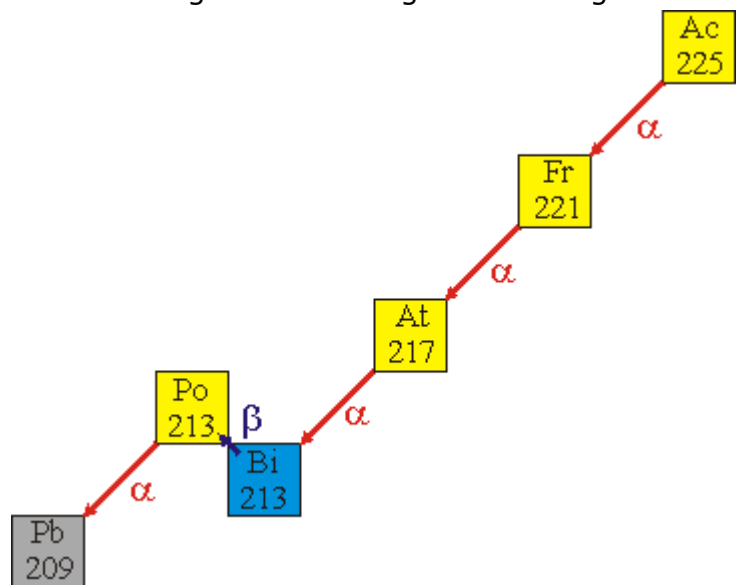
b) Man vermutet, dass in manchen Uranerzvorkommen (z.B. Oklo, Westafrika) auf natürliche Art Kettenreaktionen stattfanden. Begründen Sie, warum hierfür nur solche Uranlagerstätten in Frage kommen, die eine hohe Urankonzentration aufwiesen und in die Wasser eindringen konnte. Warum finden heute keine derartigen Kettenreaktionen mehr statt?

7.Aufgabe: Zerstörung von Krebszellen durch das Wismut-Isotop Bi-213

Zur Bekämpfung bestimmter Krebsarten ist kurzreichweitige α -Strahlung besonders gut geeignet. Eine wichtige Rolle spielt dabei das Wismut-Isotop ^{213}Bi , das an bestimmte Antikörper angehängt wird, die es dann gezielt zu den Krebszellen transportieren.

^{213}Bi lässt sich - wie oben skizziert - aus dem Zerfall des Actinium-Isotops ^{225}Ac (Halbwertszeit $T_{\text{Ac}} = 10\text{d}$) gewinnen. ^{225}Ac wiederum wird durch Beschuss von ^{226}Ra mit energiereichen Protonen aus einem Zyklotron erzeugt.

a) Beschreiben Sie die Funktionsweise eines Zyklotrons an Hand einer Skizze und erklären Sie, wie es möglich ist, zur Beschleunigung der Teilchen eine Wechsellspannung konstanter Frequenz zu verwenden.



b) Stellen Sie die Kernreaktionsgleichung zur Erzeugung von ^{225}Ac aus ^{226}Ra auf. Geben Sie für den Ausgangskern und das Reaktionsprodukt jeweils an, welchen Zerfallsreihen sie angehören und nennen Sie Gründe dafür, warum ^{226}Ra in der Natur vorkommt, ^{225}Ac jedoch nicht.

c) Wie lange muss man ein ^{226}Ra -Target mit Protonen bestrahlen, um eine ^{225}Ac -Aktivität von $5,0 \cdot 10^9\text{Bq}$ zu erzeugen, wenn die Stromstärke des Protonenstrahls $100\mu\text{A}$ beträgt und nur 1,2 % der Protonen zur gewünschten Kernreaktion führen?

Das Nuklid ^{213}Bi zerfällt fast ausnahmslos mit der Halbwertszeit $T_{\text{Bi}} = 46\text{min}$ über β -Zerfall in das α -strahlende Isotop ^{213}Po , das seinerseits mit der Halbwertszeit $T_{\text{Po}} = 4,2\text{ms}$ zerfällt. Die α -Teilchen haben die kinetische Energie $E_{\alpha} = 8,38\text{MeV}$.

d) Die Krebszellen, in die das ^{213}Bi durch die Antikörper transportiert wird, haben einen Durchmesser von etwa $2 \cdot 10^{-4}\text{m}$. Im Körpergewebe besitzt die β -Strahlung von ^{213}Bi eine Reichweite von einigen mm, ein α -Teilchen verliert etwa 100keV pro μm . Zeigen Sie, dass die infolge eines ^{213}Bi -Zerfalls auftretende α - und β -Strahlung das umliegende Gewebe insgesamt relativ schwach belastet, während die Krebszelle durch die α -Strahlen stark geschädigt wird.

e) Berechnen Sie die Zerfallsenergie Q des vorliegenden α -Zerfalls von ^{213}Po und erklären Sie qualitativ die Abweichung der kinetischen Energie E_{α} vom berechneten Wert.

f) Nach einer klassischen Abschätzung müsste ein α -Teilchen, das sich beim ^{213}Po -Zerfall von der Kernoberfläche löst und elektrisch abgestoßen wird, eine kinetische Energie von rund 22MeV erhalten. Erklären Sie mit einer geeigneten Modellvorstellung, wieso tatsächlich wesentlich kleinere α -Energien auftreten. Begründen Sie mit diesem Modell, dass α -Strahler in der Regel eine umso größere Halbwertszeit besitzen, je kleiner die Zerfallsenergie ist.

8.Aufgabe: Radionuklide in der Medizintechnik

Die Positronen-Emissions-Tomographie (PET) wird zur verbesserten Diagnose von Tumoren eingesetzt. Dabei wird dem Patienten Glukose verabreicht, die mit einem Positronenstrahler markiert ist. Dieses Präparat verteilt sich im Körper und reichert sich in Tumoren an. Ein häufig benutztes Radioisotop ist ^{18}F . mit der Atommasse 18,000938 u. Bei ^{18}F treten überwiegend β^+ -Zerfälle auf, wobei die Halbwertszeit $T_{1/2} = 110$ Minuten beträgt.

a) Stellen Sie die Reaktionsgleichung für den β^+ -Zerfall von ^{18}F auf. Bestimmen Sie die freigesetzte Energie Q einschließlich der Strahlung durch die Vernichtung des Elektron-Positron-Paares. Welche maximale kinetische Energie erhält das frei gesetzte Positron? [Zur Kontrolle: $Q = 1,66$ MeV]

b) Wie viel Zeit darf zwischen der Herstellung des ^{18}F -Präparats und der Verabreichung an den Patienten höchstens vergehen, wenn die Aktivität dann noch mindestens ein Drittel der Anfangsaktivität betragen soll?

c) Nach dem Zerfall wird das Positron nach wenigen Millimetern im Gewebe abgebremst und zerstrahlt mit einem Elektron unter Aussendung von zwei γ -Quanten. Begründen Sie, dass sich die zwei γ -Quanten in entgegengesetzte Richtungen ausbreiten.

d) Ringförmig um den Patienten befindet sich ein System aus vielen Detektoren. Zusammen mit einer schnellen Messelektronik ist es möglich, jeweils die Auftrefforte von zwei γ -Quanten zu registrieren, die bei einem gemeinsamen Zerstrahlungsprozess entstanden sind. Erläutern Sie an Hand einer Skizze, wie aus einer Vielzahl solcher γ -Quanten-Paare der Ort des Tumors vom Computer ermittelt werden kann.

e) Für eine PET-Untersuchung an einem 70 kg schweren Patienten ist die Verabreichung einer ^{18}F -Anfangsaktivität von 400 MBq vorgesehen. Für die folgende Überlegung ist vereinfachend davon auszugehen, dass sich das ^{18}F -Präparat zwei Stunden lang im Körper befindet und dabei zerfällt. Die "Bestrahlung" endet nach dieser Zeitspanne durch Ausscheiden des Präparats mit dem Urin. Schätzen Sie die mittlere Aktivität während dieser Zeit grob ab und bestimmen Sie daraus die Äquivalentsdosis H im Körper des Patienten. Verwenden Sie als Bewertungsfaktor $q = 1$ und gehen Sie davon aus, dass die Hälfte der Zerfallsenergie und die Hälfte der Energie der γ -Quanten im Körper absorbiert wird.

	H/mSv
Interkontinentalflug 10 h	0,04
natürliche Strahlenbelastung jährlich	2,4

Beurteilen Sie durch den Vergleich Ihres Ergebnisses mit nebenstehenden Tabellenwerten, ob eine PET uneingeschränkt zur Tumordiagnose zu empfehlen ist.

9.Aufgabe: Medizinische Anwendung von Positronenstrahlern

Stoffwechselvorgänge im menschlichen Körper lassen sich unter anderem dadurch beobachten, dass man eine der beteiligten Substanzen mit einem β^+ -Strahler, z. B. dem Fluorisotop ^{18}F , markiert. In einer radiologischen Praxis wird einem Patienten eine ^{18}F -haltige Zuckerlösung verabreicht.

Daten von ^{18}F :

Atommasse $m_a = 18,0009366$ u; Kernmasse $m_k = 17,996001$ u; Halbwertszeit $T_{1/2} = 109,7$ min

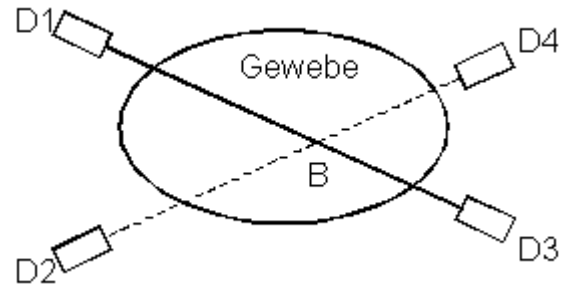
a) Wie viel Zeit bleibt für die Untersuchung, wenn die β^+ -Aktivität des ^{18}F dabei um höchstens 15 % abnehmen darf?

b) Geben Sie die Gleichung für den β^+ -Zerfall von ^{18}F an. Wie groß ist die maximale kinetische Energie für die bei diesem Zerfall entstehenden Positronen? Warum erhalten die meisten Positronen eine geringere kinetische Energie?

Ein im Körpergewebe freigesetztes Positron ist nach wenigen Millimetern Wegstrecke abgebremst und reagiert dann mit einem ruhenden Elektron durch Paarvernichtung. Nehmen Sie im Folgenden an, dass dabei genau zwei Gammaquanten entstehen.

c) Begründen Sie, dass die zwei Photonen sich in entgegengesetzte Richtungen ausbreiten und die gleiche Energie von 511 keV besitzen.

Bei der Untersuchung wird der Patient in eine waagrechte Röhre gelegt, an deren Innenwand viele Gammadetektoren angebracht sind. Wenn zwei Detektoren (z. B. D1 und D3 in der Abbildung) annähernd gleichzeitig ansprechen und die beiden Gammaquanten nicht abgelenkt wurden, muss der "Geburtsort" B auf der Verbindungsstrecke dieser beiden Detektoren liegen.



Mit einem angeschlossenen Computer lässt sich durch Auswertung vieler Zerfallsereignisse die Verteilung der ^{18}F -markierten Zuckerlösung grafisch darstellen. Um zu den Detektoren zu gelangen, müssen die beiden Photonen zunächst das Körpergewebe durchdringen. Dabei kann z. B. eines der Photonen Comptonstreuung erfahren.

d) Nennen Sie die beiden weiteren Effekte, die zur Absorption von Gammastrahlung beitragen können. Begründen Sie, warum einer dieser Effekte hier keine Rolle spielt.

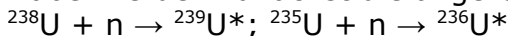
e) Begründen Sie an Hand einer Skizze, weshalb der Punkt B nicht mehr auf der Verbindungsstrecke der beiden gleichzeitig ansprechenden Detektoren liegt, wenn eines der Photonen Comptonstreuung erfahren hat.

f) Ein gestreutes Gammaquant unterscheidet sich von einem ungestreuten durch seine geringere Energie. Mit den verwendeten Detektoren lassen sich Energieunterschiede ab 2,0 % nachweisen. Um welchen Winkel ϑ muss ein Gammaquant hier mindestens gestreut werden, damit es sich energetisch von einem ungestreuten unterscheiden lässt?

10. Aufgabe: Kernspaltung

Sowohl bei ^{238}U als auch bei ^{235}U können Neutronen Kernspaltungen auslösen.

Dabei werden zunächst die angeregten Zwischenkerne $^{239}\text{U}^*$ bzw. $^{236}\text{U}^*$ gebildet:



Damit jeweils im zweiten Schritt die Spaltung des angeregten Zwischenkerns tatsächlich auftreten kann, muss dessen Anregungsenergie bei $^{239}\text{U}^*$ mindestens 6,3 MeV bzw. bei $^{236}\text{U}^*$ mindestens 5,8 MeV betragen.

a) Bestimmen Sie jeweils, welche Bedingung die kinetische Energie des auslösenden Neutrons erfüllen muss, damit der Spaltprozess ablaufen kann.

Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse in Bezug auf die Spaltbarkeit der betrachteten U-Isotope durch thermische Neutronen.

b) Fängt ein ^{238}U -Kern ein Neutron ein, das eine kleinere als die in Teilaufgabe a berechnete kinetische Energie besitzt, so tritt keine Spaltung auf. In diesem Fall kann aber aus dem entstandenen ^{239}U ein Plutoniumisotop entstehen. Geben Sie die zugehörigen Zerfallsgleichungen an.

c) In einem Kernkraftwerk wird die Spaltung von ^{235}U zur Energiegewinnung herangezogen. Pro Spaltung werden im Mittel etwa 200 MeV frei, die zu 33 % in elektrische Nutzenergie umgewandelt werden können. Berechnen Sie aus diesen Daten, welche Masse an ^{235}U gespalten

wird, wenn der Kernreaktor im Dauerbetrieb 11 Monate lang durchgehend arbeitet und die elektrische Nettoleistung des Kraftwerks 1,3 GW betragen soll.

d) Bei der Uranspaltung entsteht unter anderem das radioaktive Edelgas ^{133}Xe , das mit einer Halbwertszeit von 5,3 d zerfällt. Um die Aktivität der in der Reaktorabluft vorhandenen radioaktiven Gase abzusinken, wird die Abluft durch ein Filter aus Aktivkohle geleitet. Wie lange muss dieser Filter das eingeleitete Gas festhalten, damit 99,5 % der ursprünglichen ^{133}Xe -Aktivität aus der Abluft beseitigt werden?

11. Aufgabe: Belastung durch Tschernobyl

Beim Reaktorunfall in Tschernobyl 1986 wurde u. a. das Isotop ^{137}Cs (Halbwertszeit 30 Jahre, $m_a = 136,9\text{u}$) freigesetzt. Beim Zerfall von ^{137}Cs treten β^- und γ -Strahlung auf.

a) Am 30. April 1986 wurde in München durch einen starken Regen jedem Quadratmeter Boden 13kBq Aktivität durch ^{137}Cs zugeführt. Zur Bestimmung dieses Wertes wurde das Regenwasser in Sammelwannen von $0,60\text{m}^2$ Grundfläche aufgefangen.

Bestimmen Sie daraus die Masse von ^{137}Cs , die an diesem Tag in einer solchen Sammelwanne aufgefangen worden ist.

b) In den folgenden Tagen wurde dem Boden so viel ^{137}Cs zugeführt, dass die gesamte ^{137}Cs -Aktivität auf 19kBq/m^2 anstieg.

Wie lange wird es dauern, bis der ursprüngliche Wert 3kBq/m^2 , der vor dem Unglück gemessen wurde, wieder erreicht ist?

(Hinweis: Andere Effekte wie vertikale Ausbreitung im Boden sollen nicht berücksichtigt werden.)

c) Erläutern Sie, wie man sich vor β^- - bzw. γ -Strahlung schützen kann.

12. Aufgabe: Strahleneinsatz in der Medizin

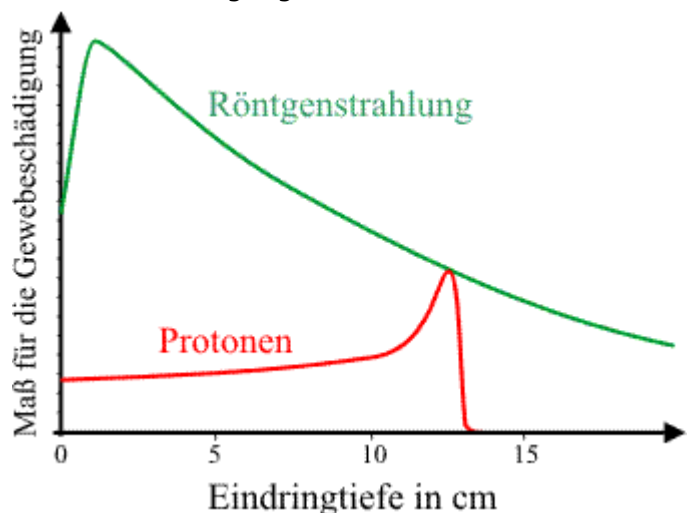
Bei der Behandlung von Tumoren im Körperinneren werden in der modernen Medizin u. a. hochenergetische Protonen zur Bestrahlung eingesetzt. Dabei wird die ionisierende Wirkung der Protonen zur Zerstörung der Krebszellen verwendet.

a) Erläutern Sie auch anhand einer beschrifteten Skizze den Aufbau und die Funktionsweise eines Zyklotrons, mit dem Protonen beschleunigt werden können.

b) In der nebenstehenden Abbildung ist ein Maß für die Gewebeschädigung durch einen Protonen- bzw. einen Röntgenstrahl in Abhängigkeit von der Eindringtiefe in das Körpergewebe dargestellt.

Ein Tumor, der sich ca. 12 cm im Körperinneren befindet, soll zerstört werden. Erläutern Sie auf der Grundlage des nebenstehenden Diagramms, worin hierbei der entscheidende Vorteil bei der Verwendung von Protonen im Vergleich zu der in der konventionellen Strahlentherapie verwendeten Röntgenstrahlung liegt. (6 BE)

Ein anderes Verfahren der Nuklearmedizin ist die Positron-Emissions-Tomographie (PET). Zur Krebsdiagnostik wird dabei z. B. der kurzlebige β^+ -Strahler ^{11}C in den Körper eingeschleust. Aus seiner Verteilung im Körpergewebe kann man Rückschlüsse auf den Tumor ziehen.



c) Zur Herstellung des Nuklids ^{11}C werden ^{14}N -Kerne mit Protonen der kinetischen Energie 18 MeV beschossen. Geben Sie die Reaktionsgleichung an. Berechnen Sie die für diese Reaktion notwendige Energie und vergleichen Sie diese mit der kinetischen Energie der Protonen.

d) Geben Sie die Zerfallsgleichung für den β^+ -Zerfall von ^{11}C an und erläutern Sie, warum das Energiespektrum des β^+ -Strahlers kontinuierlich ist.

e) Der β^+ -Zerfall kann als Umwandlung eines Kern-Protons (uud) in ein Kern-Neutron (udd) beschrieben werden. Deuten Sie diese Umwandlung im Quarkmodell.

f) Bei der PET trifft ein Positron schon kurz nach der Emission auf ein Elektron und zerstrahlt mit diesem in zwei γ -Quanten. Bei einer Untersuchung werden dem Patienten $1,0 \cdot 10^{-11}\text{g}$ des ^{11}C injiziert. Berechnen Sie die Zahl der γ -Quanten, die nach der Injektion innerhalb von zwei Halbwertszeiten erzeugt werden.