

## Aufgaben zum Kondensator - ausgegeben am 17.09.2012

konden2\_17\_09\_2012.doc

**1.Aufgabe:** Ein Kondensator hat die Plattenfläche  $A = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ , den Plattenabstand  $d = 0,5 \text{ mm}$  und die Ladung  $Q = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ . Berechnen Sie Feldstärke  $E$ , die Ladung und die Kapazität.

**2.Aufgabe:** Ein Plattenkondensator hat eine Kapazität von  $200 \text{ pF}$  bei einem Plattenabstand von  $2,0 \text{ mm}$ .

a) Welche Ladung nimmt er bei  $U = 100 \text{ V}$  auf?

b) Wie groß ist die Feldstärke zwischen den Platten?

c) Wie ändern sich Kapazität, Ladung und Feldstärke, wenn bei angeschlossener Quelle ( $U = 100 \text{ V}$ ) der Plattenabstand verdoppelt wird?

d) Wie verändern sich Kapazität, Spannung und Feldstärke, wenn nach Abtrennen der Quelle der Plattenabstand verdoppelt wird?

**3.Aufgabe:** Ein Plattenkondensator besteht aus zwei vertikalen, rechteckigen Platten der Breite  $b = 0,4 \text{ m}$  und der Höhe  $h = 0,6 \text{ m}$ ; der Plattenabstand beträgt  $d = 0,05 \text{ m}$ .

a) An den Platten liegt die Spannung  $U = 500 \text{ V}$ . Berechnen Sie die Ladung des Kondensators.

b) Der Kondensator wird nun bis zur Höhe  $y$  mit Öl gefüllt. Geben Sie die Kapazität als Funktion der Füllhöhe  $y$  an! Zeichnen Sie das C-y-Schaubild.

**4.Aufgabe:** Berechnen Sie alle möglichen Kapazitäten, die man durch Zusammenschalten von drei Kondensatoren mit den Kapazitäten  $C_1 = 10 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 5 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 3 \text{ }\mu\text{F}$  erhalten kann?

### Lösung

**Alle in Reihe** geschaltet:  $1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 = 1/C_{\text{Ers}}$  folgt für  $C_{\text{Ers}} = 1,578 \text{ }\mu\text{F}$

**Zwei parallel**, dazu ein Kondensator in Reihe:

$C_3$  in Reihe:  $C_{\text{Ers}} = 2,5 \text{ }\mu\text{F}$      $C_2$  in Reihe:  $C_{\text{Ers}} = 3,6 \text{ }\mu\text{F}$      $C_1$  in Reihe:  $C_{\text{Ers}} = 4,4 \text{ }\mu\text{F}$

**Zwei in Reihe**, dazu ein Kondensator parallel:

$C_3$  parallel:  $C_{\text{Ers}} = 6,3 \text{ }\mu\text{F}$      $C_2$  parallel:  $C_{\text{Ers}} = 7,3 \text{ }\mu\text{F}$      $C_1$  parallel:  $C_{\text{Ers}} = 11,9 \text{ }\mu\text{F}$

**Alle parallel** geschaltet:  $C_1 + C_2 + C_3 = C_{\text{Ers}}$  folgt für  $C_{\text{Ers}} = 18 \text{ }\mu\text{F}$

**5.Aufgabe:** Zwei Kondensatoren von  $2 \text{ }\mu\text{F}$  und  $3 \text{ }\mu\text{F}$  werden in Reihe geschaltet und dann bis zur Spannung  $200 \text{ V}$  aufgeladen.

a) Welche Ladung fließt zu? Welche Ladung trägt jeder?

b) Welche Spannung herrscht an jedem Kondensator?

c) Welche Spannung liegt an der Anordnung, wenn man die Kondensatoren nach dem Abtrennen von der Quelle in geladenem Zustand trennt und dann parallel schaltet?

d) Wie viel Ladung fließt zu, wenn man sie nun erneut an die Quelle ( $U = 200 \text{ V}$ ) anschließt?

### Lösung

$$a) C_{\text{Ers}} = 1,2 \mu\text{F} \quad (1/C_1 + 1/C_2 = 1/C_{\text{Ers}}) \quad Q = C \cdot U = 1,2 \mu\text{F}$$

Jeder Kondensator trägt die gleiche Ladung:  $Q = C \cdot U = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ . Diese Ladung ist zugeflossen.

$$b) \text{Die Spannung beträgt: } U_1 = Q/C_1 \text{ und } U_2 = Q/C_2 \\ \text{Man erhält: } U_1 = 120 \text{ V und } U_2 = 80 \text{ V.}$$

c) Die Gesamtkapazität ist  $5 \mu\text{F}$ . Die gemessene Spannung berechnet sich wie folgt:

$$U = 2 \cdot Q / 5 \mu\text{F} = 96 \text{ V}$$

d) Die neue Ladung ist:  $Q_{\text{Neu}} = C \cdot U = 5 \mu\text{F} \cdot 200 \text{ V} = 10^{-3} \text{ C}$ . Die alte Ladung betrug  $2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ , also ist die zugeflossene Ladung:  $\Delta Q = 5,2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ .

**6.Aufgabe:** Zwei Kondensatoren von  $C_1 = 10 \mu\text{F}$  und  $C_2 = 4 \mu\text{F}$  sind hintereinandergeschaltet. Sie werden an einer Quelle mit der Spannung  $70 \text{ V}$  aufgeladen und von der Quelle abgetrennt. Danach wird ein ungeladener Kondensator der Kapazität

$C_3 = \frac{29}{7} \mu\text{F}$  parallel geschaltet. Wie groß sind die Spannungen und Ladungen der einzelnen Kondensatoren?

### Lösung

Die Ersatzkapazität beträgt:  $C_{\text{Ers}} = 20/7 \mu\text{F}$ . Auf dieser Anordnung befinden sich nach dem Aufladen die Ladung  $Q = C \cdot U = 2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ .

Nach dem Zuschalten von  $C_3$  gilt:  $Q = (C + C_3) \cdot U$ , die neue Spannung beträgt demnach  $U_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ C} / (49/7 \mu\text{F}) = 28,6 \text{ V}$ .

An der Ersatzkapazität  $C$  liegt die gleiche Spannung, somit trägt sowohl  $C_1$  als auch  $C_2$  die Ladung  $Q = 20/7 \mu\text{F} \cdot 28,6 \text{ V} = 8,17143 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Daraus ergibt sich  $U_1' = Q' / C_1 = 8,2 \text{ V}$  bzw.  $U_2' = 20,4 \text{ V}$ .

**7.Aufgabe:** a) Ein Kondensator besteht aus zwei kreisförmigen Platten mit je  $470 \text{ cm}^2$  Plattenfläche; der Plattenabstand beträgt  $3,0 \text{ mm}$ , die Zwischenschicht ist zunächst Luft. Der Kondensator wird auf  $1200 \text{ V}$  aufgeladen. Welche Ladung trägt er?

b) Der geladenen Kondensator wird nach der Trennung von der Quelle mit einem Elektrometer verbunden. Dieses zeigt nur noch  $1000 \text{ V}$  an. Wie ist das zu erklären, und welche Kapazität hat das Elektrometer?

c) Wird nunmehr zwischen die Platten des Kondensators eine  $3,0 \text{ mm}$  dicke Glasplatte geschoben, so sinkt die vom Elektrometer angezeigte Spannung auf  $226 \text{ V}$ . Erklären Sie diese Beobachtung. Berechnen Sie die Dielektrizitätskonstante des verwendeten Glases.

### Lösung

$$a) \text{Kapazität } C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r A_0/d_0 = 138,7 \text{ pF.}$$

$$\text{Ladung } Q = C \cdot U_1 = 1,664 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

b) Die Ladung  $Q$  verteilt sich nun auf zwei parallelgeschaltete Kondensatoren mit den Kapazitäten  $C_1$  und  $C_E$ . Gleiche Ladung bei vergrößerter Kapazität ergibt nach  $U_2 = Q/C_{\text{ges}}$  eine geringere Spannung als vorher.

$$\text{Elektrometerkapazität: } C_E = Q/U_2 - C_1 = 166,4 \text{ pF} - 138,7 \text{ pF} = 27,7 \text{ pF}$$

c) Parallelschaltung von  $C_E$  und  $C_1' = \epsilon_r C_1$ . Die Gesamtladung  $Q$  bleibt unverändert, aber neue Spannung  $U_3 = 226 \text{ V}$ .

$$Q = C_{\text{ges}} U_3 = (\epsilon_r C_1' + C_E) U_3 \quad \text{bzw.} \quad \epsilon_r = \frac{1}{C_1} \left( \frac{Q}{U_3} - C_E \right)$$

$$\epsilon_r = \frac{1}{138,7 \text{ pF}} \cdot \left( \frac{1,664 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{226 \text{ V}} - 2,77 \cdot 10^{-11} \text{ F} \right) = 5,1$$

**8. Aufgabe:** Zwei Kondensatoren mit den Kapazitäten  $C_1 = 200 \text{ pF}$  und  $C_2 = 100 \text{ pF}$  sind in Reihe an einer Quelle mit der Spannung  $1500 \text{ V}$  angeschlossen.

a) Welche Teilspannungen lassen sich an diesem **kapazitiven Spannungsteiler** abgreifen? Warum darf man sie nur mit einem sehr hochohmigen Instrument messen?

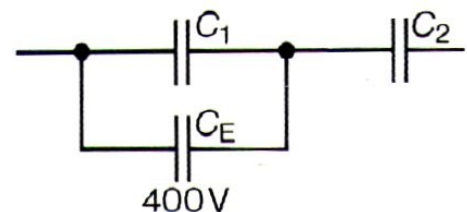
b) An diese Anordnung (Skizze!) wird parallel zum Kondensator der Kapazität  $C_1$  ein statischer Spannungsmesser angeschlossen. Er zeigt  $400 \text{ V}$  an.

Warum sind die Teilspannungen an den Kondensatoren  $C_1$  und  $C_2$  nun anders als in Teilaufgabe a)? Berechnen Sie die Kapazität des Elektrometers!

## Lösung

a) Die Kapazität der in Reihe geschalteten Kondensatoren:  $C_{\text{Ers}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ , die Ladung beträgt  $Q = C \cdot U = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ F} \cdot 1500 \text{ V} = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ . Jeder der beiden Kondensatoren trägt dabei die Ladung  $1,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ , damit lassen sich die Teilspannungen berechnen:  $U_1 = Q/C_1 = 500 \text{ V}$ ,  $U_2 = Q/C_2 = 1000 \text{ V}$ . Nur ein sehr hochohmiges Messgerät verhindert Ladungsverlust durch Ladungsausgleich.

b) Der statische Spannungsmesser hat auch eine Kapazität; somit verteilt sich die Ladung nach dem Anschließen auf drei Kondensatoren und es ergeben sich neue Teilspannungen.



An der Kapazität  $C_2$  liegt die Teilspannung  $U_2 = 1100 \text{ V}$ ; dazu gehört die Ladung  $Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ . Die Ladung  $Q_1$  auf der Kapazität  $C_1$  und die Ladung  $Q_E$  auf dem Elektrometer sind in der Summe gleich der Ladung  $Q_2$ .

An C1 liegt die gleiche Spannung wie an CE, also gilt:

$$Q1' + QE = (C1 + CE) * UE = Q2' \text{ bzw. } CE = Q2' / UE - C1 = 75 \text{ pF.}$$

**9. Aufgabe:** Hat ein Blättchenelektroskop auf dem Mond eine größere oder kleinere Messempfindlichkeit? Begründung! Wie ändert sich der Messbereich?

### Lösung

Der Auslenkwinkel  $\varphi$  ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht zwischen  $F_{el}$  und der rücktreibenden Kraft  $F = m * g * \sin \varphi$ . Die Fallbeschleunigung auf dem Mond beträgt  $\approx 1/6 * g_{Erde}$ ; auf dem Mond ist für denselben Auslenkwinkel  $\varphi$  wie auf der Erde nur noch  $\approx 1/6 * F_{el}$  erforderlich: die Messempfindlichkeit wird rund 6mal besser, der Messbereich dagegen geht auf ungefähr  $1/6$  zurück.

**10. Aufgabe:** Ein Plattenkondensator mit der Plattenfläche  $A = 400 \text{ cm}^2$  und dem Plattenabstand  $d = 2 \text{ mm}$  wird auf die Spannung  $U = 1000 \text{ V}$  aufgeladen. Zwischen den Platten ist Luft. Nach dem Aufladen wird die Quelle wieder abgetrennt.

a) Berechnen Sie die Ladung des Kondensators und die Feldstärke zwischen den Platten.

b) Nun schiebt man eine 2 mm dicke Glasplatte ( $\epsilon_r = 5$ ) zwischen die Kondensatorplatten. Erklären Sie die physikalischen Vorgänge im Innern der Glasplatte und berechnen Sie die dort vorliegende Feldstärke sowie die Spannung zwischen den Platten.

c) Nun werden die Kondensatorplatten auf 4 mm Abstand auseinandergezogen, wobei aber die Glasplatte zwischen den Kondensatorplatten verbleibt. Wie groß ist jetzt die Spannung zwischen den Platten?

d) Die nach c) berechnete Spannung (1200 V) soll mit einem Elektrometer mit der Eigenkapazität 10 pF nachgeprüft werden. Welchen Wert  $U_x$  zeigt das Elektrometer an?

### Lösung

$$\text{Kapazität } C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r A / d_0 = 1,77 * 10^{-10} \text{ F} = 177 \text{ pF.}$$

$$\text{a) Ladung } Q_0 = C_0 * U_0 = 1,77 * 10^{-7} \text{ C}$$

$$\text{Feldstärke } E_0 = U_0 / d_0 = 1000 \text{ V} / (2 * 10^{-3} \text{ m}) = 5 * 10^5 \text{ V/m}$$

b) Im Dielektrikum Glasplatte besteht ein elektrisches Fremdfeld. Dadurch werden alle Elektronen ein wenig verschoben; es bilden sich Dipole und es entstehen auf der Oberfläche der Glasplatte Polarisationsladungen.

Das Feld in der Glasplatte ist dem äußeren Feld entgegen orientiert und schwächt somit das äußere Feld.

$$\text{Feldstärke } E_1 = E_0 / \epsilon_r = 200 \text{ V} / (2 * 10^{-3} \text{ m}) = 1,0 * 10^5 \text{ V/m.}$$

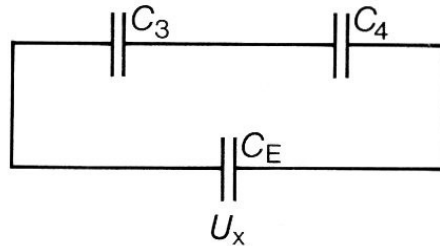
Spannung  $U_1 = Q_0 / C_1 = 200 \text{ V}$

c) Neuer Plattenabstand  $d_2 = 2 \cdot d_0$ , Durch unterschiedliches Dielektrikum kann die Anordnung ersatzweise als Reihenschaltung von zwei Kondensatoren mit den Kapazitäten  $C_3$  und  $C_4$  betrachtet werden; dabei ist  $C_3 = C_0$  und  $C_4 = C_2 = 5 \cdot C_0$ .

Ersatzkapazität:  $C_{\text{Ers}} = C_3 \cdot C_4 / (C_3 + C_4) = C_0 \cdot 5 C_0 / (C_0 + 5 \cdot C_0) = 5/6 C_0 = 1,475 \cdot 10^{-10} \text{ F}$

Spannung  $U_2 = Q / C_{\text{Ers}} = 1200 \text{ V}$

d) Schaltbild:



Die Ladung verteilt sich auf die Kapazitäten  $C_3$ ,  $C_4$  und  $C_E$ ; die Gesamtkapazität ergibt sich aus der Summe von  $C_E$  und der Ersatzkapazität  $5/6 \cdot C_0$ .

Spannung: 
$$U_X = \frac{Q}{\frac{5}{6} C_0 + C_X} = \frac{1,77 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{1,475 \cdot 10^{-10} \text{ F} + 10 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = 1124 \text{ V}$$

**11.Aufgabe:** Was zeigt ein in die Zuleitung zum Kondensator geschalteter Strommesser, wenn man mit einer Platte hin- und herwackelt? (Modellversuch zum Kondensatormikrofon).

### Lösung

Der Kondensator bleibt die ganze Zeit an der Quelle, hat also konstante Spannung. Beim Auseinanderziehen der Platten wird die Kapazität kleiner, nach  $Q = u \cdot C$  fließt somit Ladung zur Quelle zurück. Beim Zusammenschieben wird die Kapazität wieder größer, es fließt also wieder Ladung zu. Ein Strommesser in der Zuleitung liefert Stromstärkeschwankungen entsprechend den Abstandsänderungen.

**12.Aufgabe:** Eine Wolke befindet sich in der Höhe  $h = 420 \text{ m}$  über der Erdoberfläche, sie hat eine Flächenausdehnung von  $A = 100\,000 \text{ m}^2$ . Zwischen der Wolke und dem Erdboden, die man beide als geladene Platten eines Plattenkondensators mit Luft als Dielektrikum auffassen kann, besteht ein elektrisches Feld mit der Feldstärke  $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .

- Wie groß ist die Spannung zwischen Wolke und Erdboden?
- Wie groß ist die elektrische Ladung der Wolke?
- Wie groß ist die im elektrischen Feld zwischen Wolke und Erdboden gespeicherte Energie?
- Wie lange würde die Entladung der Wolke dauern, wenn die mittlere Stromstärke des Blitzes  $4,0 \text{ kA}$  betragen würde?

- e) Noch bevor es zu einer Entladung kommt, drückt ein Fallwind die Wolke auf eine niedrigere Höhe herab. Die Ladung der Wolke bleibe dabei konstant. Wie ändert sich qualitativ die elektrische Feldstärke zwischen Wolke und Erde? Wird eine Entladung der Wolke dadurch wahrscheinlicher? Geben Sie eine kurze Begründung an!
- f) Welchen Wert hat diese Energie, wenn man den Preis von 0,23 Euro pro kWh zugrunde legt, für den die E-Werke die elektrische Energie liefern? In grober Näherung kann das Feld als homogen angesehen werden.

## Lösung

a) Es gilt  $E = U/d$  und damit ergibt sich  $U = 8,4 \cdot 10^7 \text{ V}$ .

b) Um die Ladung auszurechnen, muss als erstes die Kapazität berechnet werden:  
 $C = \epsilon_0 \cdot A/d = 2,1081 \text{ nF}$  und damit aus  $Q = C \cdot U = 0,17708 \text{ C}$ .

c) Man berechnet nach  $W = Q \cdot U$  und erhält:  $W = 1,48747 \cdot 10^7 \text{ J}$ .

Richtiger wäre es nach der Formel  $W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$  zu rechnen (elektrische Energie eines Kondensators). Dann ergibt sich:  $W = 7,43738 \cdot 10^6 \text{ J}$

d) Wenn man von der Gleichung  $Q = I \cdot t$  ausgeht, so erhält man für  $t = 4,427 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . Die elektrische Feldstärke bleibt konstant.

f) Die Energie muss in kWh umgerechnet werden. Dieses ergibt:  
 $W = 4,13 \text{ kWh}$  und damit sind es ungefähr 1 Euro.