

Die Kopenhagener Deutung der Quantentheorie – ausgegeben am 23.09.2013

Schrödinger hat die Existenz von diskreten Energiewerten und Quantensprüngen in seiner Wellenmechanik klassisch als Eigenwertproblem interpretiert und der ψ -Funktion objektive Realität zuerkannt, während Born die Wellenfunktion als Welle in einem nicht mehr anschaulichen, sondern abstrakten Konfigurationsraum, d.h. als Wahrscheinlichkeitsamplitude, deutete.

Die Bornsche Deutung (1926) enthält einen zweiten, sehr wichtigen Gesichtspunkt: Die ψ -Funktion ist dem Einzeltvorgang zugeordnet, sie beschreibt nicht das Verhalten einer statistischen Gesamtheit beliebig vieler Teilchen im klassischen Sinne. Die „Wahrscheinlichkeitswelle“ ist nur insoweit Repräsentant einer statistischen Gesamtheit, als das zur Diskussion stehende Experiment beliebig oft wiederholt werden könnte.

Die ψ -Funktion enthält also im $3n$ -dimensionalen Konfigurationsraum statistische Aussagen über nur ein System von n Elektronen.

Die Arbeiten von Born stellten einen wesentlichen Fortschritt in der Interpretation der Quantentheorie dar. Der ψ -Funktion wird nicht mehr wie bei Schrödinger eine objektive Realität zuerkannt. „Realität“ besitzt jedoch das Teilchen und $|\psi(x,t)|^2$ gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit man bei Durchführung eines Experiments das Teilchen zur Zeit t an einem bestimmten Ort x finden kann. Im September 1926 kam Schrödinger auf Einladung Bohrs nach Kopenhagen. In den Diskussionen über die Interpretation der Quantentheorie entwickelte Schrödinger seine anschaulichen Vorstellungen, um die Quantensprünge klassisch zu erklären.

In den auf Schrödingers Besuch folgenden Monaten entstand dann in einer Zeit angestrengtester Arbeit in dem 1920 gegründeten UNIVERSITETS INSTITUT FOR TEORETISK FYSIK in Diskussionen zwischen Bohr, Heisenberg und vielen anderen Physikern, was man Kopenhagener Deutung der Quantenphysik nennt.

Nach dieser Deutung kommt weder der Welle (Schrödinger) noch dem Teilchen (Born) objektive Realität im Sinne der klassischen Physik zu.

Die Rolle des Beobachters

Bei der Interpretation der „Wirklichkeit“ spielt der Beobachter eine wichtige Rolle:

Die ψ -Funktion beschreibt nicht mehr die „Wirklichkeit an sich“, sondern die durch den Beobachter im Messprozess aktualisierte Wechselwirkung des Mikrosystems mit der Messapparatur.

Nicht „objektive“ Aussagen über die Wirklichkeit dieses Mikrosystems, sondern diese Wechselwirkung ist die physikalische „Realität“. Damit enthält die quantenphysikalische Beschreibung der Wirklichkeit grundsätzlich auch die „Kenntnis des Beobachters“, der das Verhalten einer Messanordnung „als faktisch“ registriert. Später wird näher ausgeführt, dass der Beobachter durch den Messakt die ψ -Funktion unstetig ändert; denn von den verschiedenen Möglichkeiten hat sich dann gerade eine als faktische und damit als die „wirkliche“ erwiesen.

Dabei ist jedoch zu beachten, dass der Beobachter den Übergang vom möglichen zum Faktischen nicht „subjektiv“ hervorruft.

Man kann den Übergang auf einen früheren Zeitpunkt sich zurückverlegt denken, in dem der Beobachter ihn noch nicht registriert hat, aber man kann ihn nicht zurückverlegen auf einen Zeitpunkt, in dem Mikrosystem und Messanordnung noch von der Außenwelt getrennt waren. Im

Rahmen solcher „Wirklichkeitsdiskussionen“ hat Bohr immer wieder ausgeführt, dass ein von der Außenwelt isoliertes System den Charakter des Potentiellen, aber nicht des Faktischen hat und dass es nicht in den klassischen Begriffen beschrieben werden kann.

Heisenberg charakterisiert allgemein diese Situation:

„Das Ziel der Forschung ist nicht mehr die Erkenntnis der Atome und ihrer Bewegung „an sich“, d.h. losgelöst von unserer experimentellen Fragestellung, sondern wir stehen von Anfang an in der Mitte der Auseinandersetzung zwischen Natur und Mensch, so dass die landläufige Einteilung der Welt in Subjekt und Objekt, Innenwelt und Außenwelt zu Schwierigkeiten führt ... „.

„Die Decartessche Unterscheidung von *res cogitans* (denkendes Wesen) und *res extensa* (ausgedehntes Wesen = Gegenstand) eignet sich nicht mehr als Ausgangspunkt zum Verständnis der modernen Naturwissenschaft.“

Auf der Basis der Kopenhagener Deutung vermittelt uns die Physik demnach nicht mehr ein Bild der Natur selbst, sondern ein Bild unserer Kenntnisse von der Natur.

Nach Bohr sind wir sowohl Zuschauer als Teilnehmer in dem großen Schauspiel des Daseins.

Als den Kernpunkt dieser Deutung der Quantentheorie kann daher die Behauptung angesehen werden, dass messbare physikalische Größen erst dann einen Wert erhalten, wenn wir sie einem Messakt unterwerfen.

Nach Heisenberg beginnt die Quantenbahn erst dann, wenn wir sie kennen.

Demnach hat es keinen Sinn, von den Eigenschaften der Materie zu sprechen, ohne dass über diesen Zeitpunkt experimentelle Daten vorliegen. Weiterhin ist es sinnlos, vom Ort eines Teilchens zu sprechen, wenn dieser nicht gemessen wurde. Genausowenig Sinn hat es, von der Eigenschaft Impuls zu sprechen, ohne sie durch eine Messung festzulegen.

Ort und Impuls eines Elektrons existieren daher nicht „an sich“, „objektiv“ oder „wirklich“ und unabhängig von unserer (subjektiven) Beobachtung, sondern sie werden erst durch den Akt der Beobachtung – d.h. im Messprozess – existent.

Dabei schließt eine genaue Ortsmessung eine gleichzeitige scharfe Bestimmung des Impulses eines Teilchens – d.h. nach der de Broglie-Relation seiner Wellenlänge – aus.

Komplementaritäts-Prinzip

Dieser Situation trägt die Kopenhagener Interpretation Rechnung, indem sie als wesentlichen Begriff die „Komplementarität“ ins Zentrum ihrer Überlegungen stellt. Die in der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation miteinander verknüpften Größen werden als komplementär in dem Sinne bezeichnet, dass jede Messung für eine von ihnen eine Messung der anderen ausschließt.

Bohr kennzeichnet allgemein diesen Sachverhalt folgendermaßen:

„ Es darf hier daran erinnert werden, dass wir es insbesondere in der Unbestimmtheitsrelation mit einer Konsequenz des Formalismus zu tun haben, welche eine unzweideutige Ausdrucksweise unmöglich macht, die zur Beschreibung klassisch-physikalischer Phänomene geeignet ist. SO muss sich bei einem Satz wie „Wir können nicht gleichzeitig den Impuls und die Lage eines atomaren Objektes kennen“ sofort die Frage nach der physikalischen Realität zweier solcher Attribute des Objekts erheben, und diese Frage kann nur unter Bezugnahme auf die Bedingungen für den unzweideutigen Gebrauch raumzeitlicher Begriffe einerseits und

dynamischer Erhaltungsgesetze andererseits beantwortet werden. Während die Zusammenfassung dieser Begriffe innerhalb eines einzigen geschlossenen Bildes einer Kausalkette von Vorgängen das Wesen der klassischen Mechanik ausmacht, wird für Gesetzmäßigkeiten außerhalb der Tragweite einer solchen Beschreibung gerade durch den Umstand Raum gelassen, dass das Studium komplementärer Phänomene Versuchsanordnungen verlangt, die sich gegenseitig ausschließen.“

Der Bohrsche Begriff der Komplementarität führt zu einer Begrenzung in der Anwendbarkeit klassischer Begriffsbildungen durch das Aufzeigen ganz verschiedenartiger „komplementärer“ anschaulicher Bilder, die nur dann widerspruchsfrei nebeneinander betrachtet werden können, wenn man ihren Anwendungsbereich einschränkt.

Die Widersprüchlichkeit der anschaulichen Teilchen- und Welleneigenschaften eines Mikroobjektes wird aufgehoben, wenn man diesen nur Existenz in verschiedenen experimentellen Situationen zuerkennt.

Die möglichen Ergebnisse verschiedenartiger Versuche sind über die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation miteinander verknüpft.

Während Bohr bei der Diskussion den Komplementaritätsbegriffes dazu neigt, anschauliche Bilder (Welle, Teilchen) zur Deutung des mathematischen Formalismus der Quantentheorie mit heranziehen, machte fast gleichzeitig Heisenberg in seiner Matrizenmechanik einen anderen Vorschlag, wie man von einer experimentell gegebenen Ausgangssituation zu einer mathematischen Darstellung gelangen kann.

Er stellte die Hypothese auf, dass nur solche quantenphysikalischen Zustände experimentell realisiert werden können, die sich als Vektoren im Hilbert-Raum (oder als Gemisch von solchen Vektoren) darstellen lassen.

Bei den bisherigen Überlegungen haben wir die Zustände eines quantenphysikalischen Systems durch die ψ -Funktion erfasst. Eine der fruchtbarsten Erkenntnisse von David Hilbert (1862 – 1943) war, dass Funktionen sich formal genau so verhalten wie Vektoren, d.h. den gleichen Axiomen genügen, aus denen sich dann alle Eigenschaften des Vektorenraumes ergeben. Die Funktionen bilden also auch einen Raum, den Hilbert-Raum. Bekannt ist, dass man die Energie-Zustände (Eigenwerte) eines quantenphysikalischen Systems durch die Anwendung eines Differentialoperators des sog. Energie- oder Hamilton-Operators

$$\mathbf{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

Auf die ψ - Funktion gewinnen kann.

$$\mathbf{H} \cdot \psi = E_n \cdot \psi$$

Ein Operator macht aus jeder Funktion eine andere. Im Bereich der Vektoren macht eine Matrix Aus jedem Vektor einen anderen. Deshalb ist die Schrödingersche Wellen-Mechanik der Heisenbergschen Matrizen-Mechanik vollkommen äquivalent.

Diese Matrizen, die nur direkt messbare Größen als Element enthalten dürfen, sind adäquates Mittel zur mathematischen Darstellung des diskontinuierlichen Charakters der Quantenmechanik. Die klassischen Bewegungsgesetze bleiben nämlich formal erhalten, wenn man die Ortskoordinaten q und die Impulskoordinaten p durch die Ortskoordinatenmatrix \mathbf{q} und die Impulskoordinatenmatrix \mathbf{p} ersetzt. Die Nichtkommutativität dieser Matrizen, die der

Vertauschungsregel $i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{p}) = \hbar$ gehorcht, entspricht der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation.

Die Heisenbergsche Matrizenmechanik als erste Umdeutung der mit anschaulichen komplementäre Bildern arbeitenden Bohrschen Theorie ist in ihrer mathematischen und physikalischen Konzeption charakteristisch für den Stil der modernen Physik. Man verzichtet auf ein anschauliches Modell und stellt die an den Mikroobjekten messbaren Größen durch einen mathematischen Formalismus dar.

Jordan, Klein und Wigner konnten zeigen, dass man von der anschaulichen dreidimensionalen Materiewellentheorie Schrödingers durch Quantisierung dieser Theorie in die unanschauliche, aber z.T. einfachere algebraische Darstellung im Hilbert-Raum überführen kann. Damit wurde die volle Äquivalenz und Symmetrie des Wellen- und Teilchenbildes erwiesen. Von daher erscheint es uns auch gerechtfertigt, in der vorliegenden Darstellung aus didaktischen Gesichtspunkten zunächst der anschaulicheren Schrödingerschen Wellenmechanik den Vorzug zu geben. Wir haben lediglich bei der Behandlung des harmonischen Oszillators eine kleine Kostprobe der eleganten darstellungsfreien Quantentheorie gegeben.

Reduktion der Wellenfunktion

Seit Newtons „Philosophiae naturalis principia mathematica“ war die genaue Vorausberechenbarkeit astronomischer und physikalischer Vorgänge und die strenge Verknüpfung von Ursache und Wirkung (Determinismus) zur Denkgewohnheit geworden, die man grundsätzlich auf alle physikalischen Erscheinungen übertragen zu können glaubte.

Dieser Determinismus ist von Laplace in der Einleitung zu seiner Wahrscheinlichkeitsrechnung programmatisch ausgesprochen:

„Wir müssen also den gegenwärtigen Zustand des Universums als Folge eines früheren Zustandes ansehen und als Ursache des Zustandes, der danach kommt. Eine Intelligenz, die in einem gegebenen Augenblick alle Kräfte kennt, mit denen die Welt begabt ist, und die gegenwärtige Lage der Gebilde, die sie zusammensetzen, und die überdies umfassend genug wäre, diese Kenntnisse der Analyse zu unterwerfen, würde in der gleichen Formel die Bewegungen der größten Himmelskörper und die des leichtesten Atoms einbegreifen. Nichts wäre für sie ungewiss, Zukunft und Vergangenheit lägen klar vor ihren Augen.“

Eine solche Formel zu finden, von der Laplace hier spricht, war das Programm der klassischen Physik.

Auch in der Quantenmechanik gibt es eine Formel, die vom augenblicklichen Zeitpunkt auf einen späteren zu schließen gestattet. Dies ist die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung. An einem einfachen Beispiel wollen wir uns ohne Rechnung verdeutlichen, welche Vorhersagen die Quantenmechanik machen kann.

Dazu betrachten wir ein Elektron, das zur Zeit $t = 0$ mit Sicherheit an einem Ort x lokalisiert ist, in den wir einen Koordinatenursprung legen. Die Wellenfunktion des Elektrons zu diesem Zeitpunkt beschreibt ein sehr scharf konzentriertes Wellenpaket. Wird dieses Elektron einige Zeit sich selbst überlassen, dann lässt es sich nicht mehr lokalisieren. Man sagt: das Wellenpaket „zerfließt“. Dies folgt notwendigerweise aus der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation. Die genaue Kenntnis des Ortes wird durch eine große Unbestimmtheit des Impulses erkaufte. Es kann sich daher nach irgendeiner Richtung bewegen, wobei keine bevorzugt ist. Das Wellenpaket zu einer Zeit $t > 0$ ist daher kugelsymmetrisch. Die genaue Amplitudenverteilung und damit die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Rechnung. Jetzt sollen sich in einem Abstand R

vom Koordinatenursprungspunkt auf einer Kugelschale verteilt einer große Zahl von elektronenempfindlichen Messgeräten befinden. Die Wahrscheinlichkeit des Ansprechens ist wegen der Symmetrie der Anordnung für alle Messgeräte gleich groß. Angesprochen wird aber nur ein Messgerät.

Dadurch geschieht eine einschneidende Veränderung der Wellenfunktion des Elektrons.

Vor dem Ansprechen war sie über die ganze Kugel vom Radius R und darüber hinaus „verteilt“. Durch das Ansprechen des Messinstruments wird eine Ortsmessung vorgenommen, der Ort ist jetzt bekannt. Wenn man davon ausgeht, dass das Schlussstadium des ersten Experimentes zugleich das Ausgangsstadium eines zweiten Experiments ist, so muss diejenige Wellenfunktion, die die Wahrscheinlichkeitsverteilung der in diesem Stadium potentiell möglichen Resultate gibt, durch eine neue Wellenfunktion ersetzt werden, die dem tatsächlich erhaltenen Resultat entspricht. Beim Übergang vom „Möglichen zum Faktischen“ (Heisenberg) ändert sich die Wellenfunktion plötzlich so, dass sie ein Wellenpaket am Ort des ansprechenden Messgerätes darstellt. Diese un stetige Änderung der Wellenfunktion wird nicht mehr durch die Schrödinger-Gleichung beschrieben. Dabei hat man es nicht mit einer Ausbreitung irgendwelcher Wirkung zu tun, sondern mit einer Fragestellung eines wahrscheinlichkeitstheoretischen Problems.

Im betrachteten Experiment hat sich eines der potentiell möglichen Messergebnisse realisiert, die in der ursprünglichen Wellenfunktion „vorrätig“ sind, und die Berücksichtigung dieses Resultates erfordert nach einer Interpretation eine Neuformulierung des wahrscheinlichkeitstheoretischen Problems.

Die Reduktion der Wellenfunktion ist eine Folge des Messprozesses.

Kausalität – Indeterminismus

In der Quantenphysik treten an die Stelle der deterministischen Aussagen der klassischen Mechanik Wahrscheinlichkeitsaussagen.

Dieser Indeterminismus, der als eine Grundeigenschaft der Quantenphänomene anzusehen ist, wirft die Frage nach der Gültigkeit des Kausalgesetzes auf.

Zur Diskussion dieser Fragestellung ist es wichtig zu skizzieren, vor welchem historisch-philosophischen Hintergrund der in der klassischen Physik benutzte Kausalitätsbegriff steht. Descartes und Leibniz suchten die Kausalität in der göttlichen Weltordnung zu begründen. Hume versuchte sie psychologisch zu erklären, indem er das Kausalprinzip auf Grund der Erfahrung von Tatsachensequenzen auf ein gewohnheitsmäßiges Erwarten zurückführte. Im Gegensatz zu Hume, der ohne metaphysische Voraussetzungen alles auf Erfahrung gründen will, ist bei Kant die Kausalität nicht eine Eigenschaft der Welt.

Sie ist eine Form der Anschauung (Kategorie), unter der wir die Welt begreifen können.

Kant formuliert das Kausalgesetz:

Alles, was geschieht, setzt etwas voraus, woraus es nach einer Regel folgt.

In der klassischen Physik gilt: Ist der Zustand eines abgeschlossenen Systems in einem Zeitpunkt vollständig bekannt, so kann man den Zustand des Systems in jedem früheren oder späteren Zeitpunkt berechnen (Determinismus).

Dieser Konditionalsatz wird in der Mikrophysik nicht falsch, sondern nur unanwendbar, weil auf Grund der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation seine Voraussetzungen niemals erfüllt sein können.

Daher ist das Kausalprinzip in seiner engen Fassung der klassischen Physik im atomaren Bereich nicht anwendbar. Eine Vorhersage über das zeitliche Verhalten eines quantenphysikalischen Zustands ist jedoch mit Hilfe der Schrödinger-Gleichung möglich.

Klassische Theorie	Quantenmechanik	
	entweder	oder
determiniertes Verhalten in Raum und Zeit	Raum-Zeit-Verhalten nicht determiniert, Unbestimmtheitsrelation	mathem. Schema determiniert, aber keine Beschreibung in Raum und Zeit
Kausalitätsprinzip als Determinismus	Kausalitätsprinzip durch die Existenz eines Naturgesetzes für die zeitliche Entwicklung eines quantenmechan. Zustandes erfüllt	

Das abstrakte mathematische Schema der Quantenmechanik liefert für die Zukunft eindeutige Voraussagen, wenn die Anfangsbedingungen bekannt sind. Es unterliegt insofern durchaus dem engen Kausalitätsprinzip. Die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion lässt sich streng mathematisch erfassen, sie ist determiniert.

Der Determinismus des abstrakten Schemas gilt jedoch nicht mehr in Raum und Zeit.

Die beobachtbaren Realitäten wie Ort und Impuls stehen mit dem abstrakten Schema nur über statistische Aussagen in Verbindung. Auf die Vorgänge in Raum und Zeit darf das Kausalitätsprinzip also nicht mehr im deterministischen Sinne angewandt werden.