

## Aufgaben zum Bohrschen-Atommodell – LK Physik Sporenberg

Ausgegeben am 17.06.2103

**1.Aufgabe:** Im Bohr-Modell des Wasserstoffatoms gilt für die Radien der erlaubten Elektronenbahnen die Gleichung

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} * n^2 .$$

Wie groß sind danach die Atomdurchmesser im Grundzustand und in den ersten beiden Anregungszuständen?

**2.Aufgabe:** Im Bohr-Modell des Wasserstoffatoms ergibt sich für die Bahngeschwindigkeit des Elektrons die Gleichung

$$v_n = \frac{1}{2} \frac{e^2}{\epsilon_0 h} \frac{1}{n} .$$

- Wie groß ist danach die Bahngeschwindigkeit im Grundzustand und in den ersten beiden Anregungszuständen?
- Wie viel Prozent der Lichtgeschwindigkeit beträgt die Bahngeschwindigkeit des Elektrons im Grundzustand?
- Wie viele Umläufe macht das Elektron im Grundzustand in jeder Sekunde?

**3.Aufgabe:** Um wie viel Prozent der Ruhemasse ist die Masse des im Grundzustand bewegten Elektrons aufgrund der relativistischen Massenzunahme größer geworden?

**4.Aufgabe:** Aus dem Bohr-Modell über den Bau des Wasserstoffatoms ergibt sich für die Energie des Elektrons im Abstand  $r_n$  vom Atomkern der Zusammenhang

$$W_{rn} = \frac{1}{8 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} \quad , \quad r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} * n^2$$

- Wie groß ist hiernach die Energie im Grundzustand und in den ersten beiden Anregungszuständen?
- Welcher Energiebetrag muss dem Atom zugeführt werden, damit das Elektron vom Radius  $r_4$  auf den Radius  $r_5$  übergeht?

5.Aufgabe: Welche Wellenlängen ergeben sich für die Linien  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$  und  $H_{\gamma}$  des Wasserstoffspektrums, wenn für die Seriegrenze der Balmer-Serie die Wellenlänge  $\lambda = 3,647 \cdot 10^{-7} \text{ m}$  festgestellt wurde. Die Größe der Rydberg-Konstante sei unbekannt.

**6.Aufgabe:** Nach der Vorstellung des Bohr-Modells des Wasserstoffatoms wird vom

Atom ein Energiequant  $h \nu$  emittiert, wenn das umlaufende Elektron von der  $(n+1)$ -ten Bahn mit der Umlauffrequenz  $\nu_{n+1}$  auf die  $n$ -te Bahn mit der Umlauffrequenz  $\nu_n$  übergeht. Es gilt

$$\nu_n > \nu > \nu_{n+1}$$

- a) Weisen Sie die angegebene Beziehung nach!  
 b) Zeigen Sie, dass  $\nu - \nu_n \rightarrow 0$  für  $n \rightarrow \infty$  gilt, d.h. für sehr große Hauptquantenzahlen die Strahlungsfrequenz praktisch gleich der Umlauffrequenz ist.

**7.Aufgabe:** Das Spektrum des Wasserstoffatoms wird mit einem Rowland-Gitter (5700 äquidistante Einzelspalte je 1 cm Gitterbreite) hergestellt. In der zweiten Ordnung beobachtet man eine Linie der Balmer-Serie unter dem Beugungswinkel  $\alpha = 33,6^\circ$ . Welche Hauptquantenzahl hat der angeregte Zustand, von dem der Übergang des Elektrons in den Zustand  $n=2$  ausgeht, wenn ein Lichtquant emittiert wird?

**8.Aufgabe:** Die Ionisierungsenergie des Wasserstoffatoms beträgt  $W_A=13,6$  eV. Welche Frequenz  $\nu$  muss eine Strahlung mindestens haben, damit sie Wasserstoffatome zu ionisieren vermag?

**9.Aufgabe:** Atomarer Wasserstoff wird bis in den Zustand mit  $n=4$  angeregt. Die Atome gehen durch Lichtaussendung in den Grundzustand zurück.

- a) Wie viel Linien erscheinen im Emissionsspektrum?  
 b) Berechnen Sie die Frequenzen dieser Linien und ordnen Sie diese den Serien des Wasserspektrums zu.  
 c) Welche der Linien würden bei Verwendung von weißem Licht ( $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 800 \text{ nm}$ ) auch in einem Absorptionsspektrum erscheinen?

**10.Aufgabe:** Die Arbeit zur Ionisierung eines Caesium-Atoms beträgt 3,88 eV.

- a) Welche Frequenz muss ein Lichtquant mindestens haben, um ein Cs-Atom zu ionisieren?  
 b) Die Austrittsarbeit von Caesium beträgt 1,49 eV. Welche Frequenz müssen Lichtquanten beim Photoeffekt mindestens haben, um Elektronen aus Caesium abzulösen?  
 c) Was lässt sich aus diesem Unterschied über die Bindung der Elektronen im Atom und im Metallverbund sagen?

**11.Aufgabe:** a) Wie groß ist die Umlauffrequenz des Elektrons auf der 10., 100. und 1000. Bohrschen Bahn?

b) Wie groß ist die Frequenz des ausgestrahlten Lichts beim Übergang

- von  $n_2 = 11$  zu  $n_1 = 10$
- von  $n_2 = 101$  zu  $n_1 = 100$
- von  $n_2 = 1001$  zu  $n_1 = 1000$  ?

c) Vergleichen Sie drei Paare der Frequenzen. Formulieren Sie daraus das Korrespondenzprinzip.

**12.Aufgabe:** a) Berechnen Sie die Gesamtenergie eines Elektrons in der zweiten und vierten Bohrschen Bahn.

b) Wie groß ist die Frequenz des Lichtquants, das beim Quantensprung von der 4.

in die 2. Bahn ausgesandt wird?

c) Welcher Linie des Wasserstoffspektrums entspricht sie? Prüfen Sie dies mittels der Serienformel nach.

**13.Aufgabe:** a) Leiten Sie die potentielle Energie  $W_p(r)$  und die kinetische Energie  $W_k(r)$  für einen Erdsatelliten her und bestätigen Sie die Gleichung für die Gesamtenergie

$W = -f Mm/2r$ , wobei  $f$  die Gravitationskonstante und  $M$  bzw.  $m$  die Massen von Erde und Satelliten sind.

b) Berechnen Sie die Gesamtenergie

- des Satelliten bei einem Umlauf direkt über der Erde

- des Elektrons auf der innersten Bohrschen Bahn.

c) Das Elektron unterliegt auch der Gravitationskraft des Wasserstoffkerns (Protonenmasse  $m_p = 1,6725 \cdot 10^{-27}$  kg). Wieso ist diese Anziehungskraft zu vernachlässigen?

**14.Aufgabe:** Die Serienformel für das Wasserstoff-Spektrum lautet:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Wobei  $R_H$  die Rydbergkonstante für das Wasserstoffatom ist.

a) Berechnen Sie die Frequenz des Lichts, das in H-Atomen beim Übergang des Elektrons aus der L- in die K-Schale entsteht.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe der Serienformel die Ionisationsenergie für ein H-Atom, das sich im ersten angeregten Zustand befindet.

c) Fertigen Sie eine maßstabsgetreue Zeichnung der fünf niedrigsten Stufen im Energieniveau von Wasserstoff an.

d) Für welchen Wert von  $n, m$  liegen mehrere Spektrallinien im sichtbaren Bereich? Wie heißt diese Serie? Berechnen Sie für diese die Wellenlängen derjenigen zwei Übergänge, die zu den kleinsten Energiedifferenzen gehören.

**15.Aufgabe:** Vor 100 Jahren haben Johannes Rydberg und Walter Ritz die Serienformel des Wasserstoffatoms aufgestellt:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Mit  $m > n$ , wobei  $R_H$  die Rydbergkonstante des Wasserstoff ist.

a) Zeigen Sie, dass man bei geeigneter Wahl des Energienullpunktes aus der

Serienformel die  $n$ -te Energiestufe  $W_n = R_H h c \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$  des Wasserstoffs enthält.

b) Berechnen Sie die Energiewerte der drei niedrigsten Energieniveaus und die Ionisierungsenergie des Wasserstoffatoms.

Im sichtbaren Bereich des Lichts (380 nm bis 750 nm) sind nur Linien der Balmer-Serie ( $m = 2$ ) zu beobachten.

c) Bestimmen Sie rechnerisch, zwischen welchen Werten die Wellenlängen der Linien der Balmer-Serie liegen.

d) Zeigen Sie, dass alle Linien der Lyman-Serie ( $n = 1$ ) im ultravioletten Bereich des Lichts liegen.

e) Nehmen Sie sowohl für das Bohr'sche als auch für das quantenmechanische Atommodell jeweils kurz Stellung, ob sie mit der Heisenberg'schen Unschärferelation verträglich sind.

**16.Aufgabe:** Ein durchsichtiges Gefäß enthält heißen atomaren Wasserstoff, dessen Atome, sich teilweise im ersten angeregten Zustand befinden. Das Gefäß wird in den Strahlengang einer Glühlampe gebracht und das durchgehende Licht anschließende spektral zerlegt. Bei  $\lambda = 656 \text{ nm}$  weist das Spektrum eine Lücke auf. Die Energiewerte für die ersten fünf Quantenbahnen des Wasserstoffs betragen:  $W_1 = 0 \text{ eV}$ ,  $W_2 = 10,20 \text{ eV}$ ,  $W_3 = 12,09 \text{ eV}$ ,  $W_4 = 12,75 \text{ eV}$ ,  $W_5 = 13,05 \text{ eV}$ .

a) Erklären Sie das Entstehen der Lücke im Spektrum. Welchem atomaren Übergang entspricht dieser Lücke? Zu welcher Serie gehört diese Wellenlänge?  
b) Berechnen Sie die Wellenlängen weiterer Lücken des sichtbaren Lichts von 400 nm bis 750 nm, die durch die Besetzung bis zur Energiestufe  $W_5$  auftreten können.

c) Die Temperatur des atomaren Wasserstoffs wird jetzt erniedrigt, so dass sich idealisiert alle Atome im Grundzustand befinden. Wie ändert sich das Spektrum des durchgehenden Lichts im Spektralbereich von Aufgabe b)? Begründen Sie Ihre Antwort unter der Voraussetzung, dass die Glühlampe keine Strahlung im ultravioletten Bereich emittiert.

d) Können Wasserstoffatome im Grundzustand durch Wechselwirkung mit Photonen, zum anderen mit Elektronen jeweils der Energie 11 eV zur Emission von Strahlung angeregt werden? Begründen Sie Ihre Antwort und berechnen Sie gegebenenfalls die Wellenlänge der emittierten Strahlung.

**17.Aufgabe:** Elektronen mit der kinetischen Energie  $W_{\text{kin}} = 10,0 \text{ eV}$  treffen auf ein Gas aus Wasserstoffatomen, die sich zum größten Teil im Grundzustand, zum kleineren Teil im ersten angeregten Zustand befinden.

- a) Weisen Sie nach, dass die Wasserstoffatome im Grundzustand von den Elektronen nicht angeregt werden können.  
b) Zeigen Sie, dass die Wasserstoffatome im ersten angeregten Zustand von den Elektronen in jeden beliebigen höheren Zustand angeregt und auch ionisiert werden können.  
c) Geben Sie ein mögliches Verfahren an, um die kinetische Energie der Elektronen zu messen, nachdem sie durch das Wasserstoffgas geflogen sind.  
d) Erklären Sie, wie die drei Werte 10,0 eV, 8,1 eV und 7,5 eV im Energiespektrum dieser Elektronen zustande kommen.

Ein Wasserstoffatom kann ein zusätzliches Elektron an sich binden, so dass ein  $\text{H}^-$ -Ion entsteht. Bei diesem Vorgang wird ein Photon emittiert. Im Grundzustand des  $\text{H}^-$ -Ions ist das überzählige Elektron mit 0,075 eV an das Wasserstoffatom gebunden.

e) Erklären Sie, weshalb das bei der Bildung von  $\text{H}^-$ -Ionen im Grundzustand auftretende Emissionsspektrum kontinuierlich mit einer langwelligen Grenze  $\lambda_{\text{min}}$  ist, und berechnen Sie  $\lambda_{\text{min}}$ .

Durch Photonenabsorption können  $\text{H}^-$ -Ionen wieder in Wasserstoffatome und freie Elektronen zerlegt werden. Dabei zeigt die Absorption elektromagnetischer Strahlung durch  $\text{H}^-$  bei  $\lambda = 850 \text{ nm}$  ein Maximum.

f) Berechnen Sie die kinetische Energie des frei gesetzten Elektrons, wenn ein  $\text{H}^-$ -Ion im Grundzustand elektromagnetische Strahlung der Wellenlänge 850 nm absorbiert.