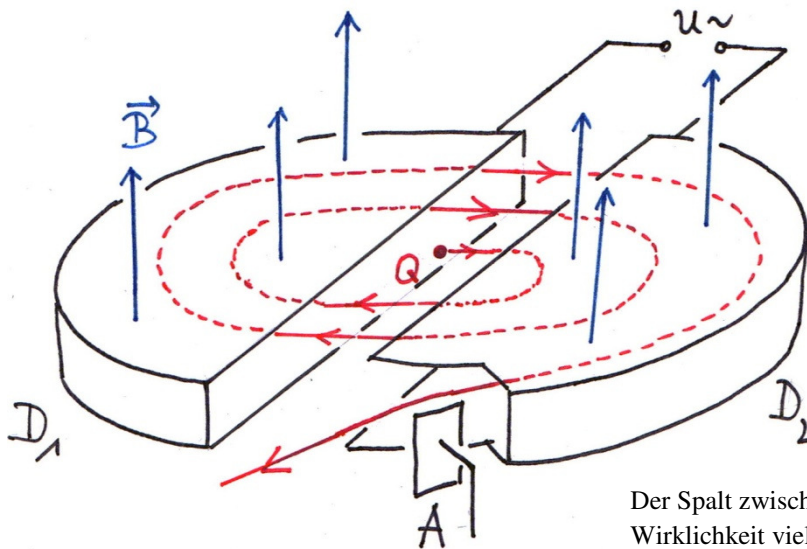


## Physik \* Q 11 \* Aufbau eines Zyklotrons



An den zwei dosenförmigen Elektroden  $D_1$ ,  $D_2$  (so genannte Duanden) liegt eine Wechselspannung sehr hoher Frequenz  $f$ . Das zugehörige elektrische Feld wirkt nur zwischen den beiden Duanden, im Innern der Dosen dagegen verschwindet die elektrische Feldstärke (Faraday-Effekt).

Im schmalen Spalt zwischen den Elektroden befindet sich eine Ionenquelle  $Q$ ; diese emittiert Teilchen der Masse  $m$  und der Ladung  $q$  (z.B. Protonen).

Die ganze Anordnung befindet sich in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte  $B$ ; dieses Magnetfeld zwingt die Teilchen innerhalb der Duanden auf halbkreisförmige Bahnen. Zwischen den Duanden passieren die geladenen Teilchen jeweils den schmalen Spalt zwischen den HF-Elektroden und werden dort beschleunigt. Bei optimalem Betrieb durchlaufen die Teilchen den Spalt jeweils dann, wenn zwischen den Duanden gerade die maximale Spannung anliegt, so dass die Geschwindigkeit und damit auch der Bahnradius von einem Halbkreis zum nächsten zunimmt. Vor Erreichen des Dosenrandes werden die Teilchen bei einem maximalen Radius durch ein elektrisches Ablenkkfeld  $A$  herausgelenkt.

### Aufgaben:

1. Welche Kräfte wirken zwischen den Duanden und in den Duanden auf die Ladungen?  
Was bewirken diese Kräfte jeweils? Welchen Energiezuwachs erfahren die Ladungen pro Umlauf?
2. Begründen Sie, dass bei passender Frequenz der Wechselspannung Ladungen, die zum richtigen Zeitpunkt starten, immer wieder durch das elektrische Feld beschleunigt werden.  
Zeigen Sie dazu, dass sich die Teilchen unabhängig von ihrer Geschwindigkeit stets gleich lang in einem Duanden aufhalten.
3. Man will Protonen durch ein Zyklotron beschleunigen. Die magnetische Flussdichte beträgt dabei  $0,65\text{T}$ , der Maximalwert der Wechselspannung beträgt dabei  $2,0\text{kV}$ . Welche Frequenz benötigt man für die Wechselspannung? Gilt diese Frequenz auch für Alphateilchen?
4. Die maximale Spannung der angelegten Wechselspannung betrage weiterhin  $2,0\text{kV}$ .  
Wie viele Kreisbahnen müssen Protonen durchlaufen, bis sie  $10\%$  der Lichtgeschwindigkeit erreicht haben? Welchen Durchmesser muss damit das Zyklotron aufweisen?
5. Wie ändern sich die Antworten zu Aufgabe 3 und 4, wenn die maximale Spannung der angelegten Wechselspannung nur  $1,0\text{kV}$  beträgt?

## Physik \* Q 11 \* Aufbau eines Zyklotrons \* Lösungen

1. Zwischen den Duanden: Kraft durch elektrisches Feld auf die Ladungen  
Ladungen werden durch diese Kraft beschleunigt.  
In den Duanden: Kein elektrisches Feld (Faraday-Effekt); durch das magnetische  
(und auch zwischen ihnen) Feld werden die Ladungen auf Kreisbahnen gezwungen.  
Energiezuwachs nur bei Beschleunigung zwischen den Duanden:  
Pro Umlauf werden die Ladungen zweimal beschleunigt, daher  
 $\Delta E_{\text{kin}} = 2 \cdot q \cdot U_{\text{max}}$  mit  $U_{\text{max}}$  = Maximalwert der Wechselspannung

2. Während einer Periodendauer  $T$  der Wechselspannung werden die Ladungen zweimal beschleunigt und durchlaufen dabei genau zweimal einen Halbkreisbogen, insgesamt also genau einen Vollkreis.

$$\text{Kraftansatz: } F_{\text{Lorentz}} = F_{\text{Zentripetal}} \Rightarrow q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow \frac{v}{r} = \frac{q \cdot B}{m} = \text{konst. mit } v = \frac{\pi \cdot r}{T/2} \text{ also}$$
$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot B} = \text{konst.}$$

Die Aufenthaltsdauer in einem Duanden ist also unabhängig von  $v$  bzw.  $r$ .

3.  $T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot B}$  also  $f = \frac{1}{T} = \frac{q \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 0,65 \text{ T}}{2 \cdot \pi \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 9,9 \text{ MHz}$

Für Alpha-Teilchen benötigt man nur die Hälfte dieser Frequenz, denn

$$f \sim \frac{q}{m} \text{ und } \left( \frac{q}{m} \right)_{\alpha} \approx \frac{2 \cdot e}{4 \cdot m_p} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{q}{m} \right)_p \text{ also } f_{\alpha} = 0,5 \cdot f_p$$

4. Energieerhaltung:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 2 \cdot e \cdot U_{\text{max}} \cdot N \Rightarrow N = \frac{m \cdot v^2}{4 \cdot e \cdot U_{\text{max}}} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (0,1 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 2,0 \cdot 10^3 \text{ V}} = 1,2 \cdot 10^3$$

$$v_{\text{max}} = \frac{2\pi \cdot r_{\text{max}}}{T} \Rightarrow d_{\text{Zykl}} = 2 \cdot r_{\text{Zykl}} = 2 \cdot r_{\text{max}} = \frac{v_{\text{max}}}{\pi \cdot f} = \frac{0,1 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{\pi \cdot 9,9 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 0,96 \text{ m}$$

5. Wenn die maximale Spannung statt 2,0kV nur die Hälfte, also 1,0kV beträgt, dann müssen die Protonen lediglich doppelt so viele Kreisbahnen durchlaufen; die Frequenz der Wechselspannung und der Durchmesser des Zyklotrons bleiben unverändert.

